

ZADANIA NA ĆWICZENIA Z MATEMATYKI II L

SERIA 0

1 ALGEBRA MACIERZY

- macierz $n \times m$ o elementach z ciała \mathbb{K} , macierz kwadratowa
- dodawanie macierzy, mnożenie macierzy przez element z ciała \mathbb{K}
- transpozycja, sprzężenie hermitowskie, macierz dołączona, macierz jednostkowa
- mnożenie macierzy, komutator, antykomutator macierzy
- wyznacznik macierzy, tw. Cauchy'ego, rozwinięcie Laplace'a
- macierz odwrotna
- rząd macierzy

1. Wyznaczyć macierz $X = AB + \lambda C$, gdzie

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 2, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

2. Obliczyć iloczyny $A(BC)$ i $(AB)C$ następujących macierzy

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Obliczyć $[A, B] = AB - BA$ dla następujących macierzy:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Obliczyć wyznaczniki

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

5. Wyznaczyć macierz odwrotną do $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

6. Odwrócić macierze

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \quad \text{b) } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$