

ZADANIA NA ĆWICZENIA Z MATEMATYKI II L

SERIA 9

1 RÓWNANIE RÓŻNICZKOWE ZUPEŁNE, CZYNNIK CAŁKUJĄCY

1. Znaleźć rozwiązanie ogólne następujących równań:

(a) $4x^3 + 6xy^3 + (9x^2y^2 + 3)y' = 0$,

(b) $x - y + (2y - x)y' = 0$.

2. Znaleźć rozwiązanie ogólne następujących równań:

(a) $(1 - x^2y) + x^2(y - x)y' = 0$,

(b) $xy^2 + y - xy' = 0$.

2 RÓWNANIE RÓŻNICZKOWE 2. RZĘDU SPROWADZALNE DO RÓWNANIA 1. RZĘDU

1. Znaleźć rozwiązanie ogólne następujących równań:

(a) $(1 + x)y'' = y'$,

(b) $y'' = 1 - y'^2$.

2. Znaleźć rozwiązanie ogólne następujących równań:

(a) $y^3y'' = -1$,

(b) $y'' = -y$.

3 RÓWNANIE RÓŻNICZKOWE JEDNORODNE WZGLĘDEM y , y' I y''

1. Znaleźć rozwiązanie ogólne następujących równań:

(a) $2yy'' + 2y'^2 + y^2 = 0$,

(b) $xyy'' - xy'^2 - yy' = 0$,

(c) $yy'' - y'^2 = 0$.

4 RÓWNANIE RÓŻNICZKOWE LINIOWE 2. RZĘDU O STAŁYCH WSPÓŁCZYNNIKACH

1. Znaleźć rozwiązanie ogólne następujących równań:

(a) $2y'' - 5y' - 3y = 0$,

(b) $4y'' + 12y' + 9y = 0$,

(c) $y'' + 4y' + 13y = 0$.

2. Znaleźć rozwiązanie ogólne następujących równań:

(a) $y'' - 4y' + 4y = 8x^3 - 36$,

(b) $y'' + 4y = \sin 3x$

(c) $y'' - y = 2x \cos x + e^x$.

5 RÓWNANIE RÓŻNICZKOWE LINIOWE JEDNORODNE RZĘDU ≥ 3

1. Znaleźć rozwiązanie ogólne następujących równań:

(a) $y^{(3)} - 2y'' - y' + 2y = 0$,

(b) $y^{(3)} + 8y = 0$,

(c) $y^{(4)} - 5y'' + 4y = 0$.

6 RÓWNANIE EULERA JEDNORODNE

1. Znaleźć rozwiązanie ogólne następujących równań:

(a) $x^2y'' - 3xy' + 3y = 0$,

(b) $x^2y'' + y = 0$,

(c) $x^2y''' - 2y' = 0$,

(d) $x^2y'' + xy' - y = 0$.

7 RÓWNANIE RÓŻNICZKOWE LINIOWE JEDNORODNE 2. RZĘDU

1. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania postaci $y'' + p(x)y' + p'(x)y = 0$, a następnie rozwiązać $y'' + 2 \operatorname{tg} xy' + \frac{2}{\cos^2 x}y = 0$.

2. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania $x(x-1)^2y'' + x(x-1)y' - y = 0$ jeśli wiadomo, że jego rozwiązaniem szczególnym jest funkcja $\frac{x}{x-1}$.

3. Znaleźć rozwiązanie ogólne następujących równań wiedząc, że y_1 jest rozwiązaniem szczególnym:

(a) $(\cos x + \sin x)y'' - 2 \cos xy' + (\cos x - \sin x)y = 0$, $y_1 = \cos x$,

(b) $y'' + 2xy' - 2y = 0$, $y_1 = x$,

(c) $y'' + \frac{2}{x}y' + y = 0$, $y_1 = \frac{\sin x}{x}$,

(d) $(x-1)y'' - (x+1)y' + 2y = 0$, $y_1 = x^2 + 1$.