

II KOŁOKWIUM Z MATEMATYKI II L

5 czerwca 2009r.

Uwaga: Każde zadanie proszę rozwiązywać na oddzielnej kartce. Za każde zadanie można uzyskać 6 punktów.
Czas pracy: 12¹⁵ – 15⁰⁰.

1. Obliczyć za pomocą całki potrójnej objętość bryły ograniczonej sferą $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ i płaszczyzną $z = H$, gdzie $0 < H < R$.

Wskazówka: Wykorzystać współrzędne walcowe.

2. Obliczyć całkę krzywoliniową nieskierowaną $\int_C xy \, ds$, gdzie C jest częścią elipsy $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ leżącą w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych.

3. Znaleźć dywergencję $\operatorname{div} \vec{A}$ pola wektorowego $\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{r^3}(\vec{e} \times \vec{r})$, gdzie $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ oraz $\vec{e} = (1, 1, 1)$.

4. Rozwiązać równanie różniczkowe Bernoulliego $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{2y}$.

5. Rozwiązać równanie różniczkowe $yy'' - y'^2 = 6xy^2$.