

ZADANIA DOMOWE Z MATEMATYKI II L

SERIA 5

1 EKSTREMA FUNKCJI WIELU ZMIENNYCH

1. Zbadać ekstrema lokalne następujących funkcji:

a) $f(x, y) = (x^2 + y)e^y$,

b) $f(x, y) = 2xy + \frac{1}{x} + \frac{2}{y}$,

c) $f(x, y) = x - 2y + \ln \sqrt{x^2 + y^2} + 3\operatorname{arctg} \frac{y}{x}$,

d) $f(x, y) = \frac{1+x-y}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$.

2. Znaleźć największą i najmniejszą wartość funkcji f :

a) $f(x, y) = xy$ w kwadracie: $|x| + |y| \leq 1$

b) $f(x, y) = x^2y(4 - x - y)$ w obszarze Ω ograniczonym prostymi: $x \geq 0, y \geq 0, x + y \geq 6$,

c) $f(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2y$ w obszarze Ω ograniczonym krzywymi: $y \geq \frac{x^2}{2}, y \leq 2$.

3. Zbadać ekstrema funkcji:

a) $f(x, y) = x^2 - y^2$ przy warunku: $x^2 + y^2 = 1$,

b) $f(x, y) = \cos^2 x + \cos^2 y$ przy warunku $y - x = \frac{\pi}{4}$.

4. Znaleźć stożek o największej objętości przy zadanym polu powierzchni S .

5. Spośród wpisanych w elipsoidę

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

prostokątów o krawędziach równoległych do jej obu osi znaleźć ten, który ma największą objętość.

6. Zbadać ekstrema funkcji $y = y(x)$ zadanej w sposób uwikłany równaniem:

a) $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 19 = 0$,

b) $\ln \sqrt{x^2 + y^2} - \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = 0$,

c) $(x^2 + y^2)^2 - 2a^2(x^2 - y^2) = 0, (a \neq 0)$.