

Wstęp do ćwiczeń na pracowni elektronicznej

Katarzyna Grzelak

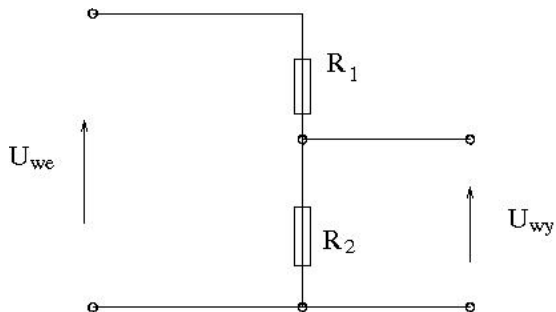
listopad 2018

- Plan ostatniej części ćwiczeń:
 - wprowadzenie do LabView
 - wprowadzenie do obsługi generatora i oscyloskopu cyfrowego
 - zestawy do lutowania: płytki, kondensator i opornik
 - przeszkolenie BHP
 - samodzielne zlutowanie układu całkującego RC
 - połączenie układu z generatorem i oscyloskopem
 - wyznaczenie charakterystyki amplitudowej $U_{wy}(\omega)/U_{we}(\omega)$ i fazowej $\phi(\omega)$ obwodu
 - przygotowanie programu w LabView
 - pomiary sterowane komputerem dla układu zlutowanego na poprzednich zajęciach

OBWODY PRĄDÓW ZMIENNYCH

- **Pierwsze prawo Kirchhoffa:** suma prądów wpływających do danego węzła obwodu jest równa sumie prądów wypływających z tego węzła
- **Drugie prawo Kirchhoffa:** suma napięć w zamkniętym obwodzie elektrycznym jest równa zero

Dzielnik napięcia



$$U_{wy} = U_{we} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

- $u(t)$ - Źródło sygnału sinusoidalnie zmiennego $u(t) = U_0 e^{i\omega t}$, gdzie U_0 to amplituda napięcia, a $\omega = 2\pi\nu$ to częstość kołowa
- $I(t) = I_0 e^{i\omega t}$
- Między U i I na ogół istnieje przesunięcie fazowe $\rightarrow U_0$ i I_0 mogą być liczbami zespolonymi

$$z = a + bi = |z|e^{i\phi} =$$

$$= |z|(\cos \phi + i \sin \phi)$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

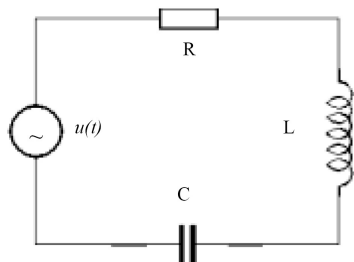
$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$$

Napięcia na oporze R , indukcyjności L i pojemności C :

$$u_R(t) = RI(t)$$

$$u_L(t) = L \frac{dI(t)}{dt}$$

$$u_C(t) = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I(t) dt$$



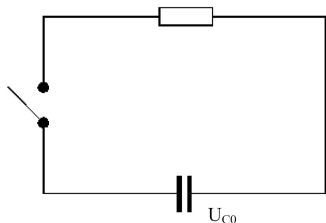
- Z drugiego prawa Kirchhoffa:

$$u(t) = RI(t) + L\frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int I(t)dt$$

- Dla sygnałów sinusoidalnie zmiennych:

$$\frac{U_0}{I_0} = Z = R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}$$

- Impedancja obwodu Z jest wielkością zespoloną
- Łączenia impedancji w sposób szeregowy i równoległy są analogiczne jak dla rezystancji R



- Kondensator naładowany wstępnie do napięcia U_{C0}
- Z drugiego prawa Kirchhoffa:

$$I(t)R + \frac{Q(t)}{C} = 0$$

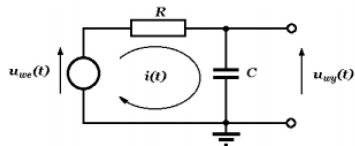
$$\frac{dQ}{dt}R + \frac{Q(t)}{C} = 0$$

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\ln(Q) = -\frac{1}{RC}(t + t_0)$$

$$Q(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

Obwód RC → obwód całkujący



- $U_C(0)$ - początkowe napięcie na kondensatorze
- $u_{wy}(t)$ - napięcie na pojemności

$$u_{wy}(t) = \frac{1}{C} \int I(t) dt + U_C(0)$$

$$I(t) = \frac{u_{we}(t) - u_{wy}(t)}{R}$$

$$u_{wy}(t) = \frac{1}{RC} \int (u_{we}(t) - u_{wy}(t)) dt + U_C(0)$$

Obwód RC → obwód całkujący

$u_{we}(t)$



$\propto 1 - \exp(-t/RC)$

$$u_{WY}(t) = \frac{1}{RC} \int (u_{WE}(t) - u_{WY}(t)) dt$$



dla $u_{WY} \ll u_{WE}$,

$$u_{WY}(t) \approx \int u_{WE}(t) dt$$



Obwód RC → filtr dolnoprzepustowy

- Napięcie wejściowe

$$u_{we}(t) = U_{we}e^{i\omega t}$$

- Napięcie wyjściowe

$$u_{wy}(t) = U_{wy}e^{i\omega t + \phi}$$

- Stosunek napięć

$$\frac{u_{wy}(t)}{u_{we}(t)} = \frac{1}{i\omega C + R}$$

- Stosunek amplitud

$$\frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + 1}}$$

- Przesunięcie fazowe pomiędzy sygnałem wyjściowym i wejściowym

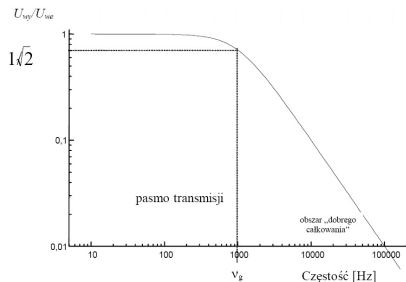
$$\phi = \text{arctg}(-\omega RC)$$

Obwód RC → filtr dolnoprzepustowy

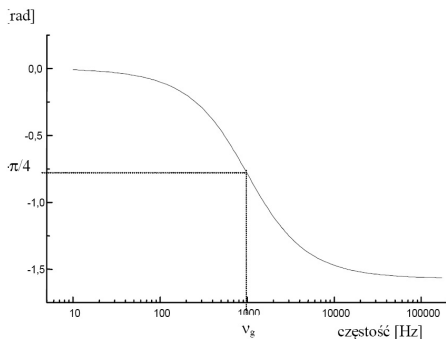
Częstość graniczna: ω_g

$$\text{Dla } \omega_g \frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ i } \phi = \frac{\pi}{4}$$

$$2\pi\nu_g = \omega_g = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$$

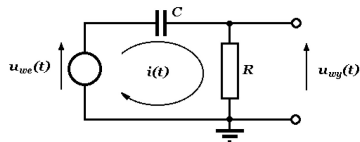


Charakterystyka amplitudowa



Charakterystyka fazowa

Obwód RC → obwód różniczkujący



- $u_{wy}(t) = RI(t)$ - napięcie na oporze
- Prąd płynący przez kondensator

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = C \frac{d}{dt}(u_{we}(t) - u_{wy}(t))$$

$$u_{wy}(t) = RC \frac{d}{dt}(u_{we}(t) - u_{wy}(t))$$

Obwód RC → obwód różniczkujący

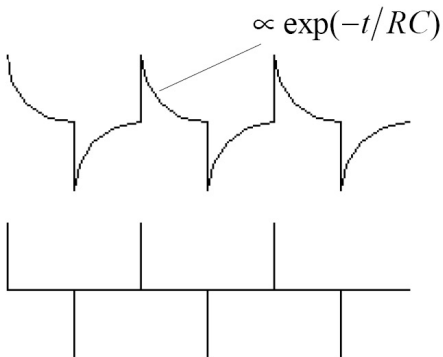
$u_{WE}(t)$



$$u_{WY}(t) = RC \frac{d}{dt} (u_{WE}(t) - u_{WY}(t))$$

dla $u_{WY} \ll u_{WE}$

$$u_{WY}(t) \approx \frac{d}{dt} u_{WE}(t)$$



Obwód RC → filtr górnoprzepustowy

- Napięcie wejściowe

$$u_{we}(t) = U_{we} e^{i\omega t}$$

- Napięcie wyjściowe

$$u_{wy}(t) = U_{wy} e^{i\omega t + \phi}$$

- Stosunek napięć

$$\frac{u_{wy}(t)}{u_{we}(t)} = \frac{R}{\frac{1}{i\omega C} + R}$$

- Stosunek amplitud

$$\frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{\omega RC}{\sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + 1}}$$

- Przesunięcie fazowe pomiędzy sygnałem wyjściowym i wejściowym

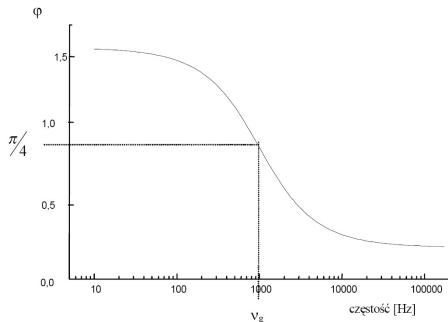
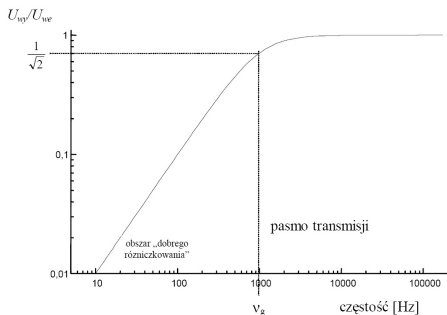
$$\phi = \arctg\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$$

Obwód RC → filtr górnoprzepustowy

Częstość graniczna: ω_g

$$\text{Dla } \omega_g \frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ i } \phi = \frac{\pi}{4}$$

$$2\pi\nu_g = \omega_g = \frac{1}{T} = \frac{1}{RC}$$



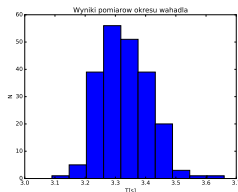
Charakterystyka fazowa

Charakterystyka amplitudowa

- Każdy wynik pomiaru jest obarczony niepewnością (błędem).
- Niepewności doświadczalne, które można ocenić przez wielokrotne powtarzanie pomiaru to **błędy przypadkowe** (losowe, statystyczne)
- **Błędy systematyczne** powodują systematyczne przesunięcie zmierzonej wartości w stosunku do wartości prawdziwej.

Błędy przypadkowe (statystyczne)

- X - wartość prawdziwa, $e = x - X$ to błąd, N - liczba pomiarów
- Powtarzając wiele razy pomiar tej samej wielkości i robiąc histogram z kolejnych wyników pomiarów, dostaniemy rozkład mierzonej wielkości: najczęściej będzie to krzywa dzwonowa (rozkład normalny, Gaussa)
- Przykład, dane z pracowni:



- Im większe niepewności pomiarowe tym rozkład będzie szerszy
- Im więcej pomiarów, tym bardziej rozkład powinien przypominać krzywą dzwonową

- Najlepsze przybliżenie wartości prawdziwej X to średnia ze wszystkich pomiarów: $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum x_i$
 - Miara niepewności pomiarowej to dyspersja: Błąd pojedynczego pomiaru:

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}$$

- Błąd wartości średniej:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N - 1)}}$$

- Co oznacza zapis $g = 9,82 \pm 0,02 m/s^2$?

- Co oznacza zapis $g = 9,82 \pm 0,02 m/s^2$?
- Odp: Zmierzona wartość przyspieszenia ziemskiego wynosi $9,82 m/s^2$. Prawdziwa wartość z pewnym dużym prawdopodobieństwem znajduje się w przedziale $(9,82 - 0,02, 9,82 + 0,02)$
- Przyjęto zapisywać wynik pomiaru w postaci: $(wynik \pm \sigma)$

- Rozkład normalny - rozkład Gaussa:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} e^{-(x-\bar{x})^2/2\sigma^2}$$

- Jaka część wyników leży w zakresie między $(-x, x)$:

$$\phi(x) = \int_{-x}^x f(y) dy$$

- Dla $x = \sigma$, $\phi(y) = 0,683$
- Dla $x = 2\sigma$, $\phi(y) = 0,954$
- Dla $x = 3\sigma$, $\phi(y) = 0,9973$

Jak zapisujemy wyniki pomiaru c_d

- Niepewności pomiarowe zapisuje się z dokładnością do 1-2 cyfr znaczących

Przykład:

$$m_{e_1} = 0.5101 \pm 0.0002 \text{ MeV}/c^2$$

Wynik podany w postaci $m_{e_1} = 0.51013 \pm 0.0002456753 \text{ MeV}/c^2$ nie ma sensu

- Przy zapisywaniu wyniku z błędem, najpierw obliczamy niepewność pomiarową, a potem zapisujemy wynik z taką samą liczbą cyfr po przecinku jak błąd.

Przykład:

$$m_{e_1} = 0.5101 \pm 0.0002 \text{ MeV}/c^2$$

- Bez oceny niepewności pomiarowych nie można wyciągnąć z eksperymentu żadnego wniosku

Przykład:

masa elektronu (tablicowa) jest znana z następującą dokładnością:

$$m_e = 0.510998910 \pm 0.000000013 \text{ MeV}/c^2$$

Mamy dwa pomiary masy elektronu: $m_{e_1} = 0.5101 \text{ MeV}/c^2$ i

$m_{e_2} = 0.5325 \text{ MeV}/c^2$ Który jest zgodny z wynikiem tablicowym ?

- Bez oceny niepewności pomiarowych nie można wyciągnąć z eksperymentu żadnego wniosku

Przykład:

masa elektronu (tablicowa) jest znana z następującą dokładnością:

$$m_e = 0.510998910 \pm 0.000000013 \text{ MeV}/c^2$$

Mamy dwa pomiary masy elektronu: $m_{e_1} = 0.5101 \text{ MeV}/c^2$ i

$m_{e_2} = 0.5325 \text{ MeV}/c^2$ Który jest zgodny z wynikiem tablicowym ?

- Bez oceny niepewności pomiarowych nie można wyciągnąć z eksperymentu żadnego wniosku

Przykład:

masa elektronu (tablicowa) jest znana z następującą dokładnością:

$$m_e = 0.510998910 \pm 0.000000013 \text{ MeV}/c^2$$

Mamy dwa pomiary masy elektronu: $m_{e_1} = 0.5101 \text{ MeV}/c^2$ i

$m_{e_2} = 0.5325 \text{ MeV}/c^2$ Który jest zgodny z wynikiem tablicowym ?

Odp: Nie wiadomo, jeśli nie znamy niepewności pomiarowych .

Jeśli $m_{e_1} = 0.5101 \pm 0.0002 \text{ MeV}/c^2$ i

$m_{e_2} = 0.532 \pm 0.054 \text{ MeV}/c^2$ to m_{e_2} jest zgodny z m_e , a m_{e_1} nie !

- Błąd złożonej wielkości:

Wyniki pomiarów: $(y_i \pm \sigma_i)$, $i = 1, n$. Chcemy wyznaczyć błąd wielkości złożonej $Y(y_1, y_2 \dots)$

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial Y}{\partial y_i} \right)^2 \sigma_{y_i}^2$$

gdzie np. $\frac{\partial Y}{\partial y_1}$ to pochodna cząstkowa funkcji Y po zmiennej y_1 (przy założeniu, że pozostałe wielkości y_i są stałe.)

Ważne elementy pomiaru:

- w miarę możliwości sprawdzanie poprawności poszczególnych fragmentów układu
- zapisywanie na bieżąco wszystkiego co zostało zrobione, warunków w jakich pomiar jest przeprowadzany (np. temperatura, ustawienia skali na urządzeniu pomiarowym, typ urządzenia pomiarowego ...)
- zrobienie szkicu (zdjęcia) układu
- zapisywanie od razu *na czysto*
- zapisywanie bezpośrednich pomiarów, a nie wielkości złożonych
- przewidywanie, jakie mogą być źródła systematycznych niepewności pomiarowych i ewentualne dodatkowe pomiary w celu ich wyznaczenia
- co najmniej podwójny pomiar każdej wielkości