

Informacja Kwantowa 1/2

Seria 11

do oddania na 18.01.2017

a) Rozważmy odwzorowanie liniowe, które stan czysty $|\mathbf{s}\rangle$ zadany wektorem Blocha \mathbf{s} przekształca na

$$\Lambda(|\mathbf{s}\rangle\langle\mathbf{s}|) = \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{1}} + \eta\mathbf{s} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}),$$

gdzie η jest parametrem rzeczywistym. Obliczyć średnią wierność zadaną wzorem:

$$F = \int d^2\mathbf{s} \text{Tr}[|\mathbf{s}\rangle\langle\mathbf{s}|\Lambda(|\mathbf{s}\rangle\langle\mathbf{s}|)].$$

Wygodnie jest użyć standardowej parametryzacji $\mathbf{s} = \begin{pmatrix} \sin\theta \cos\phi \\ \sin\theta \sin\phi \\ \cos\theta \end{pmatrix}$, dla której

$$\int d^2\mathbf{s} = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi.$$

Jaki jest zakres wartości F dla odwzorowań całkowicie dodatnich, kiedy $-\frac{1}{3} \leq \eta \leq 1$?

b) Obliczyć wierność kanału kwantowego zadanego operacją kwantową złożoną z dwóch elementów: $\hat{A}_0 = |1\rangle\langle 0|$, $\hat{A}_1 = |0\rangle\langle 1|$. Jaki pomiar kwantowy indukuje ta operacja? Jaki jest stan końcowy qubitu w zależności od wyniku klasycznego operacji?

c) Z wyprowadzonego na wykładzie ogólnego wzoru na wierność kanału kwantowego indukowanego przez operację:

$$F = \frac{1}{6} \left(2 + \sum_r |\text{Tr} \hat{A}_r|^2 \right)$$

od razu widać, że zawsze $F \geq \frac{1}{3}$. Posiłkując się rozkładem na wartości osobliwe pokazać, że dowolną operację \hat{A}_r można uzupełnić transformacjami unitarnymi \hat{U}_r zależnymi od klasycznego wyniku pomiaru r , $\hat{A}_r \rightarrow \hat{U}_r \hat{A}_r$, takimi, że wierność kanału osiąga minimalną wartość równą $\frac{1}{3}$.