

Informacja Kwantowa 1/2

Seria 10, świąteczna

do oddania na 09.01.2019

Zadanie 1 Rozważmy kanał $X \rightarrow Y$ dla binarnych zmiennych X oraz Y związanych warunkowymi prawdopodobieństwami

$$p(y|x) = \frac{y \backslash x}{\begin{array}{c|c|c} 0 & 1 & \\ \hline 0 & 1 & \epsilon \\ \hline 1 & 0 & 1 - \epsilon \end{array}} \quad (1)$$

Znaleźć pojemność C tego kanału zakładając dowolny rozkład prawdopodobieństwa dla zmiennej wejściowej, ponieważ ten kanał nie jest symetryczny ze względu na zamianę wartości bitów wejściowych.

Jeżeli w co drugim użyciu kanału zamienilibyśmy rolami wartości bitu, otrzymalibyśmy binarny kanał symetryczny z prawdopodobieństwem błędu wynoszącym $\epsilon/2$, dla którego przepustowość wynosi $C_{\text{sym}} = 1 - H(\epsilon/2)$. Porównać na wykresie C oraz C_{sym} dla $0 \leq \epsilon \leq 1$.

Zadanie 2 Alicja koduje informację klasyczną przy użyciu dwóch nieortogonalnych stanów qubitów

$$|\psi_0\rangle = \begin{pmatrix} \sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}, \quad |\psi_1\rangle = \begin{pmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix},$$

wysyłanych z jednakowym prawdopodobieństwem równym $\frac{1}{2}$. Zakładamy, że $0 \leq \theta \leq \pi/2$.

a) Obliczyć wielkość Cholewo daną wzorem:

$$\chi = S\left(\frac{1}{2}|\psi_0\rangle\langle\psi_0| + \frac{1}{2}|\psi_1\rangle\langle\psi_1|\right) - \frac{1}{2}S(|\psi_0\rangle\langle\psi_0|) - \frac{1}{2}S(|\psi_1\rangle\langle\psi_1|)$$

b) Podać informację wzajemną I_{minerr} gdy Bob wykonuje pomiar minimalizujący błąd.

c) Znaleźć informację wzajemną I_{unamb} dla pomiaru jednoznaczego, który jednoznacznie identyfikuje stany $|\psi_0\rangle$ oraz $|\psi_1\rangle$ kosztem wprowadzenia wyniku ?.

d) Narysować na wspólnym wykresie χ , I_{minerr} oraz I_{unamb} w funkcji $0 \leq \theta \leq \pi/2$. Narysować również stosunek χ/I_{minerr} . Jak zachowuje się ten iloraz w granicy $\theta \rightarrow 0$?