

Analiza III, pytania egzaminacyjne

Instrukcja obsługi

- W przypadku trudności związanych ze znalezieniem przykładów (lub dowodów), podajemy te, które pojawiły się na wykładzie. Jeżeli dowodu nie było, nie musimy go podawać.
- Na egzaminie ustnym losujemy po jednym pytaniu z każdej z trzech grup. Pełna odpowiedź na wszystkie pytania kończy się oceną bardzo dobrą, brak odpowiedzi na dane pytanie obniża ocenę o stopień. Odpowiedź pełna to taka, w której pojawiają się dowody twierdzeń, o ile pytanie tego dotyczy. Odpowiedź nie zawierająca dowodu traktowana jest jako połowa poprawnej - stąd na ocenę wyższą niż dostateczna plus należy znać dowody przedstawianych twierdzeń.
- Umiejętność przedstawienia idei (zarysu) dowodu, jest rzeczą ważną i pozwala na podniesienie oceny.
- Punktem wyjścia do oceny końcowej jest średnia ocen z egzaminu pisemnego i ustnego. Egzaminujący rezerwuje sobie prawo do podniesienia tejże o $\pm\epsilon$.

Grupa I

1. Iloczyn wewnętrzny. Zbiory ściągalne. Lemat Poincaré, przykłady form zamkniętych a niezupełnych.
2. Orientacja, całkowanie form różniczkowych, twierdzenie Stokesa.

Grupa II

1. Funkcje holomorfe: definicja, równania Cauchy-Riemanna, różniczkowalność w sensie zespolonym.
- 2,3 Twierdzenie Cauchy. Wzór Cauchy. Twierdzenie Liouville'a. Zasadnicze twierdzenie algebry.
- 4,5 Funkcje holomorfe w pierścieniu. Szereg Laurenta. Przedłużenie analityczne.
6. Klasyfikacja punktów izolowanych. Twierdzenie o residuach.
7. Lemat Jordana. Punkt w nieskończoności. Jednoznaczność funkcji zespolonych. Przedłużenie analityczne.
8. Całki konturowe a residua, całki z funkcji wymiernych, trygonometrycznych. Całki z funkcji zawierających $x^{\alpha-1}$.
- 9,10. Twierdzenie Weierstrassa. Twierdzenie Rouché i konsekwencje. Zasadnicze twierdzenie algebry.
11. Wzór na sumowanie szeregów potęgowych.
12. Przekształcenie konforemne. Krzywizna. Przykład zastosowania twierdzenia Kasnera-Arnolda.

Grupa III

1. Transformata Fouriera funkcji całkownych. Własności. Transformata odwrotna. Splot.
- 2,3. Równanie przewodnictwa.
4. Wzór Plancherela. Nierówność Heisenberga.
- 5,6,7. Dystrybucje. Definicje, podstawowe własności, przykłady. Równanie dystrybucyjne $xT = 0$. Dystrybucje temperowane. Transformata Fouriera dystrybucji - podstawowe własności i przykłady $(\hat{1}, \hat{\delta})$.
- 8,9. Wzór Greena. $\Delta \frac{1}{r}$.
10. Twierdzenie o próbkowaniu Shannona.