

Analiza I R

tygodnie 12 i 13 oraz awarie wodociągu

- (1) Zbadać zbieżność całek ($a > 0$): $\int_0^a x^\mu dx$, $\int_a^\infty x^\mu dx$, $\int_0^\infty x^\mu dx$, w zależności od $\mu \in \mathbb{R}$.
- (2) Zbadać zbieżność całek ($a > 0$): $\int_a^\infty x^{(-1)}(\log x)^\mu dx$.
- (3) Nie korzystając z kryterium Leibniza pokazać, że całka $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx$ jest zbieżna, ale nie bezwzględnie.
- (4) Zbadać zbieżność całek:
- (a) $\int_0^\infty \sin^2 x dx$,
 - (b) $\int_0^1 \log x dx$,
 - (c) $\int_{e^2}^\infty \frac{dx}{x \log \log x}$.
- (5) Obliczyć całkę $\int_0^\infty \frac{\log x}{a^2 + x^2} dx$. Wsk. Wykazać, że $\int_0^1 \frac{\log x}{1 + x^2} dx = -\int_1^\infty \frac{\log x}{1 + x^2} dx$.
- (6) Zbadać zbieżność całek
- (a) $\int_0^1 \frac{1}{x} \sin^2 \frac{1}{x} dx$,
 - (b) $\int_0^\infty e^{-\sqrt{x}} dx$,
 - (c) $\int_0^\infty \frac{x \operatorname{arc} \operatorname{tg} x}{\sqrt[3]{1 + x^4}} dx$,
 - (d) $\int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt{x}} - 1}$.
- (7) Obliczyć całkę lub wykazać jej rozbieżność:
- (a) $\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}$,
 - (b) $\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx$,