

DRUGIE KOLOKWIUM PRZYKŁADOWE

ZADANIE 1

Zbadać przebieg zmienności funkcji danej wzorem $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-1}}$ i narysować jej wykres. Pamiętaj o wyznaczeniu dziedziiny, granic na krańcach, asymptot, miejsc zerowych; zbadać różniczkowalność, monotoniczność, ekstrema, wypukłość.

ZADANIE 2

Zbadać istnienie i ewentualnie obliczyć granice funkcji

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^2 \operatorname{ctg}(x^2)} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sqrt{1+2x}}{\log(\cos x)}$$

ZADANIE 3

Znaleźć funkcje pierwotne

$$\int \cos(\sqrt{x}) dx$$

$$\int \frac{t^2}{(t^2+t+1)} dt$$

$$\int \frac{\cos x}{(1-\cos x)^2} dx$$

ZADANIE 4

Wykazać nierówność $1+x \log(1+\sqrt{1+x^2}) \geq \sqrt{1+x^2}$

ZADANIE 5

Funkcja $f:]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ ma skończoną granicę $l = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, jest różniczkowalna oraz f' jest (siłabo) rosnąca. Udowodnić, że f jest (siłabo) malejąca oraz $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$