

Examin przykładowy Algebra II

ZADANIE 1. Dla danej macierzy A znaleźć macierz S taką, że $\bar{S}^{-1}AS$ ma postać Jordana:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \\ -5 & 3 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ZADANIE 2.

Obliczyć $\cos(BT)$ jeśli $B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

ZADANIE 3. Sprawdzić, że jeśli iloczyn skalarowy w przestrzeni macierzy $n \times n$ o współczynnikiem rzeczywistych zadany jest wzorem

$$(x|y) = \text{tr}(X^T Y)$$

to przestrzeń ta jest ortogonalną sumą prostej trzech podprzestrzeni

$$V_0 = \langle \mathbb{1} \rangle, V_+ = \{X: X^T = X, \text{tr} X = 0\}, V_- = \{X: X^T = -X\}$$

Znaleźć rozkład macierzy $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ na składniki w tych podprzestrzeniach.

ZADANIE 4:

Niech $V = \mathbb{R}_3[t]$. Definiujemy $F \in \text{End}(V)$ wzorem $(Fv)(t) = v(t+1)$.

Przedstawić $F^*(\varphi^i)$ w postaci kombinacji liniowej form

$$\varphi^1(\sigma) = \sigma(-3), \varphi^2(\sigma) = \sigma(2), \varphi^3(\sigma) = \sigma(3), \varphi^4(\sigma) = \sigma(4)$$

Uwaga: nieźybyt mieć radiunki, mogą występować ułamki...