ZADANIA POWTÓRZENIOWE – SERIA 2

(1) Znaleźć wszystkie zespolone pierwiastki równanie

$$x^3+9x+6=0$$

(2) Znaleźć warunek jaki muszą spełniać parametry $a,b\in\mathbb{R}$ aby istniało rozwiązanie $x\in\mathbb{R}^4$ równanie

$$Ax=v \quad \text{gdzie } A=\begin{bmatrix}-2 & 1 & 1 & 1\\ 1 & -3 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -3 & 1\\ 1 & 1 & 1 & -5\end{bmatrix} \quad v=\begin{bmatrix}1\\ a\\ b\\ 1\end{bmatrix}$$

Znaleźć rozwiązanie dla $a=b=-1$.

(3) Sprawdzić, że jeśli $\alpha=\frac{2\pi}{45}$ to $S:=\sum_{k=0}^{10}\cos\left((2k+1)\alpha\right)=\frac{1}{4\cos(\pi/45)}$

(4) Zbadać, które z zawierań $L\subset P$ czy $L\supset P$ wynika z następujących definicji L i P:

$$L=(U_1+U_2)\cap V \qquad P=U_1\cap V+U_2\cap V$$

gdzie U_1, U_2, V są podprzestrzeniami w jakiejś przestrzeni wektorowej. W każdym przypadku podać dowód że zawieranie zachodzi lub kontrprzykład pokazujący że nie zachodzi.

(5) Niech $G\in L(U,V)$, $F\in L(V,W)$. $V_0=\ker F$, $V_1=\operatorname{im} G$

Wykazać równoważność warunków:

(i) $V=V_1\oplus V_2$ (ii) $\operatorname{im} F=\operatorname{im} FG$ (iii) $\operatorname{rk}(FG)=\operatorname{rk} F$

Wykazać także równoważność warunków

(iv) $V_1\cap V_0=\{0\}$ (v) $\ker(FG)=\ker G$ (vi) $\operatorname{rk}(FG)=\operatorname{rk} G$

(6) $V=\mathbb{R}_3[\,]$. Określmy formy $\varphi, \varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ wzorami $\langle\varphi, v\rangle=v(7)$

$\langle\varphi_k, v\rangle=v^{(k)}(-4)$. Niech ponadto $F\in\operatorname{End}(V)$ będzie dany wzorem $F(v)=v^{(1)}$

Przedstawić $F^*(\varphi)$ jako kombinację liniową $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$

$v^{(k)}$ oznacza k-tą pochodną v.

Girolamo Cardano
(1501-1576)