ZADANIA POWTÓRZENIOWE - SEMESTR II - SERIA 4 WIELKANOCNA

ZADANIE 1. NIECH u I v BĘDĄ WEKTORAMI WŁASNYMI OPERATORA $F \in \mathrm{End}(V)$ ODPOWIADAJĄCYMI RÓŻNYM WARTOŚCIOM WŁASNYM. UDOWODNIĆ, ŻE $u+v$ NIE JEST WEKTOREM WŁASNYM TEGO OPERATORA.

ZADANIE 2. NIECH $GL(\mathbb{Z}_2, 2)$ OZNACZA ZBIÓR ODWRACALNYCH MACIERZY 2×2 O WSPÓŁCZYNNIKACH Z CIAŁA $\mathbb{Z}_2$. ZBIÓR TEN WYPOSAŻONY W DZIAŁANIE MNOŻENIA MACIERZY JEST GRUPĄ. WYKAZAĆ, ŻE GRUPA TA JEST IZOMORFICZNA Z S_3

ZADANIE 3 WYZNACZYĆ WARTOŚCI WŁASNE MACIERZY

$$F = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \end{bmatrix}$$

Wskazówka: F jest postaci $F = \omega \otimes \varphi$, czyli działa $F(v) = \varphi(v)\cdot \omega$ gdzie $\varphi \in (\mathbb{K}^n)^*$ (wektor wierszowy) a $\omega \in \mathbb{K}^n$ (wektor kolumnowy)
Wygodniej jest pracować w bazie $(\omega, e_2, \dots, e_n)$ jeśli $a_1 \neq 0$, e_i są z bazy standardowej.

ZADANIE 4 WYKAZAĆ LUB PODAĆ KONTRPRZYKŁADY DLA NASTĘPUJĄCYCH STWIERDZEŃ:

(1) $AB = 0 \implies BA = 0$

(2) $AB = \mathbb{1} \implies BA = \mathbb{1}$

(3) $AB = 0,\ A \neq 0,\ B \neq 0 \implies \det A = \det B = 0$

$A, B \in \mathbb{K}^n{}_n$

MARIE ENNEMOND CAMILLE JORDAN
1838 – 1922