ZADANIA POWTÓRZENIOWE - SEMESTR II - SERIA 8

ZADANIE 1.

DLA MACIERZY $H = \begin{bmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ znaleźć $U = \exp\left(i\frac{\pi}{3}H\right)$. CZY U JEST MACIERZĄ UNITARNĄ?

ZADANIE 2.

DLA USTALONEJ MACIERZY $A \in \mathbb{R}^n_n$ DEFINIUJEMY KOWEKTOR NA $\mathbb{R}^n_n$ WZOREM

$$\varphi_A : \mathbb{R}^n_n \ni X \longmapsto \varphi_A(X) = \operatorname{tr}(AX) \in \mathbb{R}$$

UDOWODNIĆ, ŻE ODWZOROWANIE $\mathbb{R}^n_n \ni A \longmapsto \varphi_A \in (\mathbb{R}^n_n)^*$ JEST LINIOWYM IZOMORFIZMEM. WYKAZAĆ TAKŻE, ŻE JEŚLI $\psi \in (\mathbb{R}^n_n)^*$ SPEŁNIA WARUNEK

$$\forall A, B \in \mathbb{R}^n_n \quad \psi(AB) = \psi(BA)$$

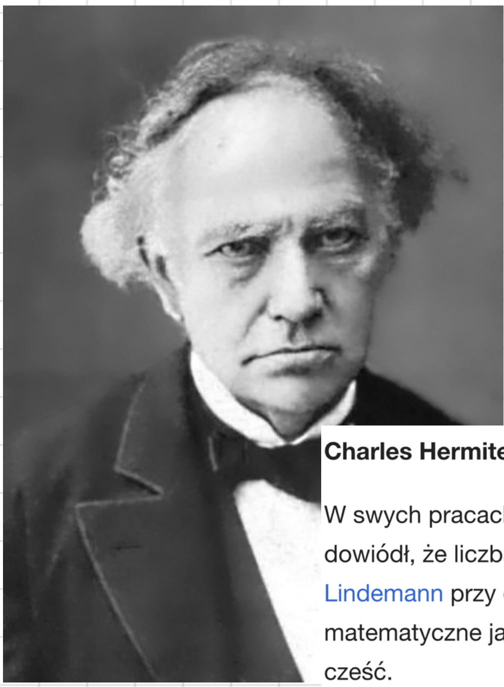
TO ψ JEST PROPORCJONALNE DO ŚLADU, TZN

$$\exists \alpha \in \mathbb{R} : \ \forall A \quad \psi(A) = \alpha \operatorname{tr}(A)$$

ZADANIE 3

OBLICZYĆ WYZNACZNIKI MACIERZY $A, B, C \in \mathbb{R}^n_n$ KTÓRYCH WYRAZY DANE SĄ WZORAMI

$$A: \ A^i_j = \min\{i,j\} \qquad B: \ B^i_j = \max\{i,j\} \qquad C: \ C^i_j = |i-j|$$



Charles Hermite (ur. 24 grudnia 1822, zm. 14 stycznia 1901) – matematyk francuski.

W swych pracach zajmował się teorią liczb, algebrą i analizą matematyczną. Jako pierwszy dowiódł, że liczba e jest liczbą przestępną. Jego prace wykorzystał potem Ferdinand Lindemann przy dowodzeniu, że liczba π jest również liczbą przestępną. Takie pojęcia matematyczne jak Wielomiany Hermite'a czy Sprzężenie hermitowskie są nazwane na jego cześć.