ALGEBRA LINIOWA Z GEOMETRIĄ I

(ANALIZA JEST TRUDNA)

dr hab Katarzyna Grabowska

Katedra Metod Matematycznych Fizyki (KMMF)
Pasteura 5 pokój 5.39

tel. (22) 55 32 939

e-mail konieczn@fuw.edu.pl

Katarzyna.Konieczna@..

ZASADY ZALICZANIA ZAJĘĆ

1 grudnie

PISZEMY JEDNO KOLOKWIUM W SEMESTRZE ZA 20p.

EGZAMIN PISEMNY (W CZASIE SESJI) ZA 20p.

PUNKTY DODATKOWE OD ASYSTENTA 4p.

MAKSYMALNIE MOZNA OTRZYMAĆ 44p W SEMESTRZE

ZALICZENIE ĆWICZEŃ:

$\geqslant$ 10p z KOLOKWIUM

lub

$\geqslant$ 12p z KOLOKWIUM + PUNKTY DODATKOWE

lub

$\geqslant$ 22p z KOLOKWIUM + EGZAMIN + PUNKTY DODATKOWE

ZASADY SĄ WAŻNE, ALE ...

... O TRUDNOŚCIACH, SZCZEGÓLNYCH POTRZEBACH (CHOROBY...) ROZMAWIAMY Z „ĆWICZENIOWCAMI" LUB WYKŁADOWCĄ, RAZEM SZUKAMY ROZWIĄZAŃ

... ĆWICZENIA ZALICZA PROWADZĄCY A NIE ALGORYTM !!!

... KORZYSTAMY Z POMOCY, KONSULTACJI, ZADAJEMY PYTANIA

... W TRAKCIE WYKŁADU I ĆWICZEŃ WOLNO ZADAWAĆ WSZELKIE PYTANIA ZWIĄZANE Z TEMATEM, NAWET Z POZORU GŁUPIE !

... NIE OBIJAMY SIĘ ! NIE ODKŁADAMY NA OSTATNIĄ CHWILĘ! ZWALCZAMY PROKRASTYNACJĘ!

DO ROBOTY!

ALGEBRA

MUHAMMAD IBN MUSA AL KHWARIZMI

(780, KHIVA, UZBEKISTAN –
– 850, BAGDAD)

AL-KITAB AL-MUKHTASAR FI HISAB
AL-JABR WA-L-MUGABALA

„THE COMPENDIOUS BOOK ON
CALCULATION BY COMPLETION
AND BALANCING"

„SZTUKA REDUKCJI I PRZENOSZE-
NIA"

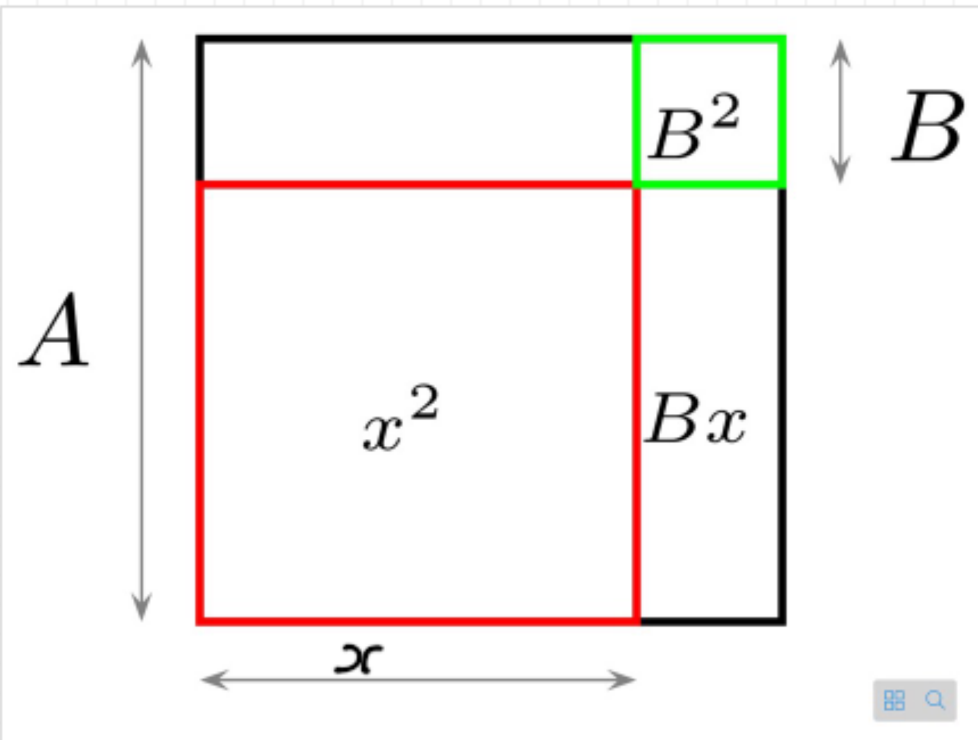
AL KHWARIZMIEGO DZIEŁO O LICZBACH INDYJSKICH
ALGORITHMI DE NUMERO INDORUM.

RÓWNANIA

KWADRATOWE

$x^2 + bx = c$ $\qquad$ $x^2 + c = bx$ $\qquad$ $x^2 = bx + c$ $\qquad$ $\cancel{x^2 + bx + c = 0}$

ROZWIĄZUJEMY METODĄ ARABSKĄ:



$$x = A - B$$

$$\boxed{A^2 = x^2 + B^2 + 2Bx}$$

$$x^2 + \underbrace{2Bx}_{b} = \underbrace{A^2 - B^2}_{c}$$

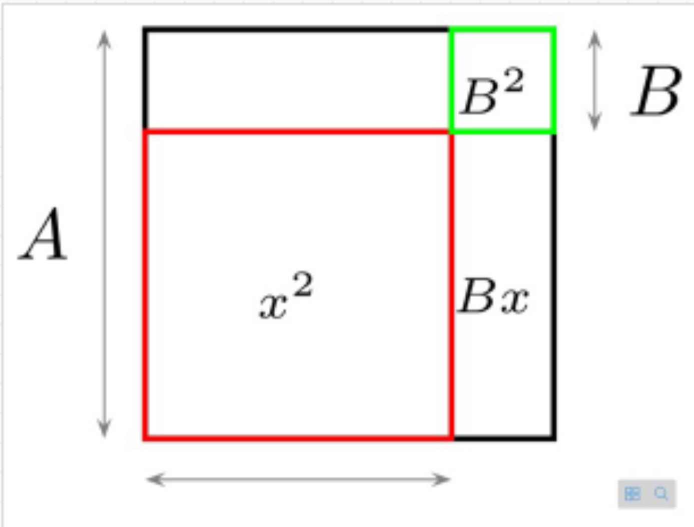
$$B = \frac{b}{2} \qquad A^2 = c + \frac{b^2}{4}$$

$$A = \sqrt{c + \frac{b^2}{4}}$$

$$x = \sqrt{c + \frac{b^2}{4}} - \frac{b}{2}$$

RÓWNANIA

KWADRATOWE



$$x^2 + bx = c$$

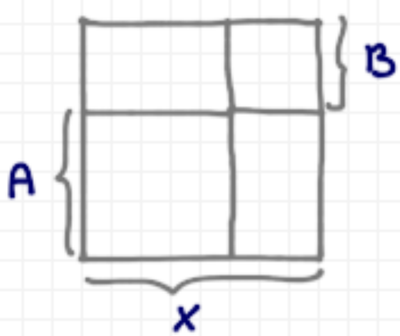
$$x = A - B$$

$$x = \sqrt{c + \frac{b^2}{4}} - \frac{b}{2}$$

PRZYKŁAD: $x^2 + 2x = 8 \qquad b = 2, \; c = 8$

$$x = \sqrt{8 + \frac{4}{4}} - \frac{2}{2} = \sqrt{9} - 1 = 3 - 1 = 2 \qquad (x = -4)$$

INNE TYPY RÓWNAŃ OBSŁUGUJĄ INNE OBRAZKI



$$x = A + B$$

$$x^2 = A^2 + B^2 + 2AB = A^2 - B^2 + 2B\underbrace{(B + A)}_{x} = \underbrace{A^2 - B^2}_{c} + \underbrace{2B}_{b}x$$

$$x^2 = bx + c$$

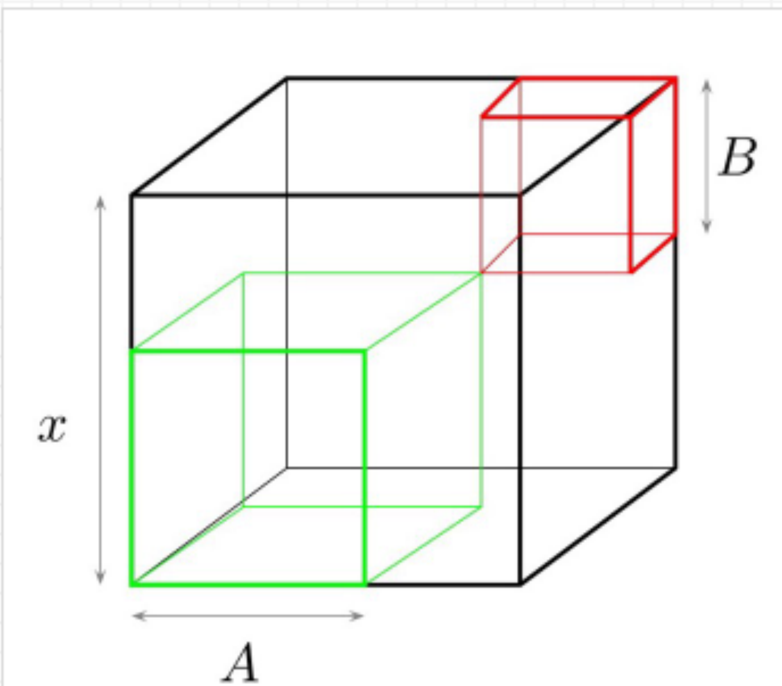
RÓWNANIA

~~KWADRATOWE~~ TRZECIEGO STOPNIA

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ (XVI w, WOLNO UŻYWAĆ LICZB UJEMNYCH)

$x^3 + px + q = 0$

WEŹ CUDZE i UOGÓLNIJ



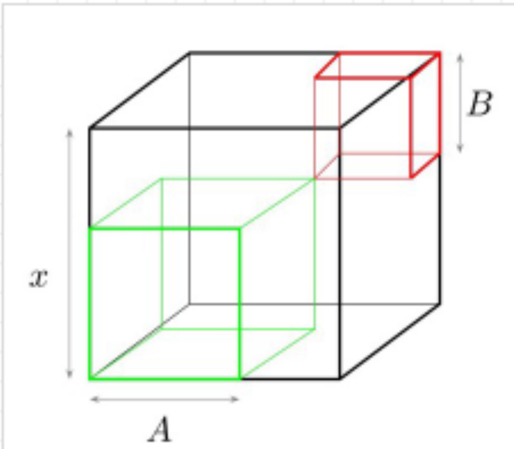
$x^3 + px + q = 0$

$x = A + B$

PODNIEŚĆ DO TRZECIEJ i PORÓWNAĆ Z

RÓWNANIA

TRZECIEGO STOPNIA



$$x^3 + \underbrace{p}x + \underbrace{q} = 0$$

$$x = A + B$$

$$x^3 = (A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 =$$

$$= A^3 + B^3 + 3AB\underline{(A+B)} =$$

$$= A^3 + B^3 + 3ABx$$

$$x^3 - \underbrace{3ABx} - \underbrace{(A^3+B^3)} = 0$$

$$p^3 = -27A^3B^3 \qquad p = -3AB \qquad q = -(A^3+B^3)$$

TE RÓWNANIA PROWADZĄ DO RÓWNANIA KWADRATOWEGO NA A^3, A RÓWNANIA KWADRATOWE UMIEMY ROZWIĄZYWAĆ!

SUPER! SPRAWDŹMY CZY TO DZIAŁA!

$$x^3 = 3x + 1$$

17:35

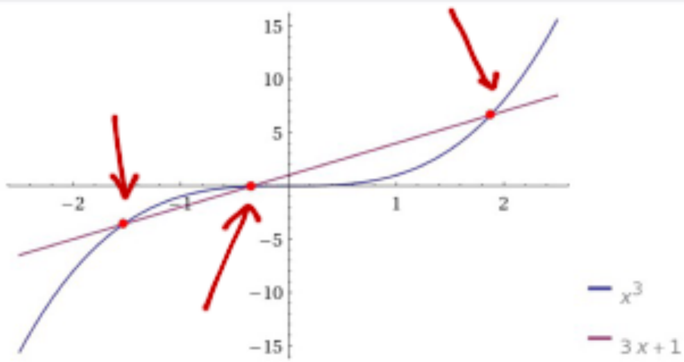
WolframAlpha

x^3=3x+1

Input

$x^3 = 3x + 1$

Plot



Alternate forms

$x^3 - 3x = 1$

$x^3 - 3x - 1 = 0$

Solutions

$x \approx -1.5321$

$x \approx -0.34730$

$x \approx 1.8794$

NAWET DODATNIE!

METODA ARABSKA

$$x^3 = 3x + 1$$

$$x^3 - 3x - 1 = 0$$

$$p = -3 \quad q = -1$$

$$p = -3AB \qquad q = -(A^3 + B^3)$$

$$-3 = -3AB \qquad -1 = -(A^3 + B^3)$$

$$AB = 1 \qquad 1 = A^3 + B^3$$

$$B = 1/A \qquad 1 = A^3 + \frac{1}{A^3} \quad / A^3$$

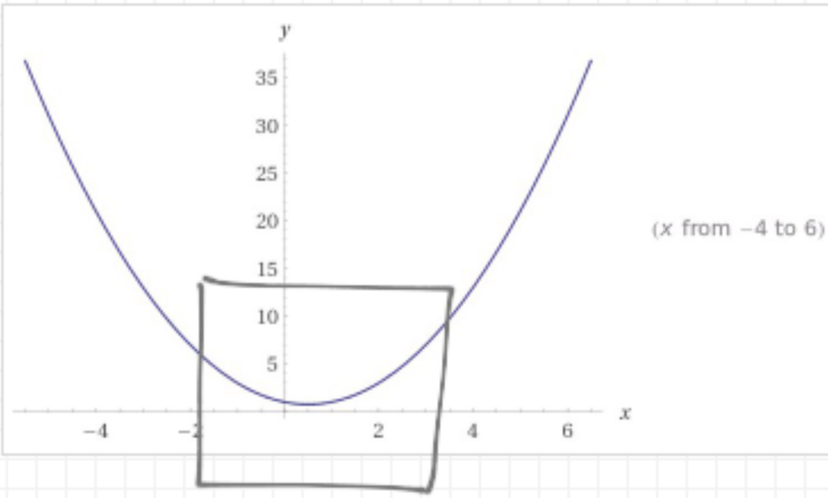
$$A^3 = (A^3)^2 + 1$$

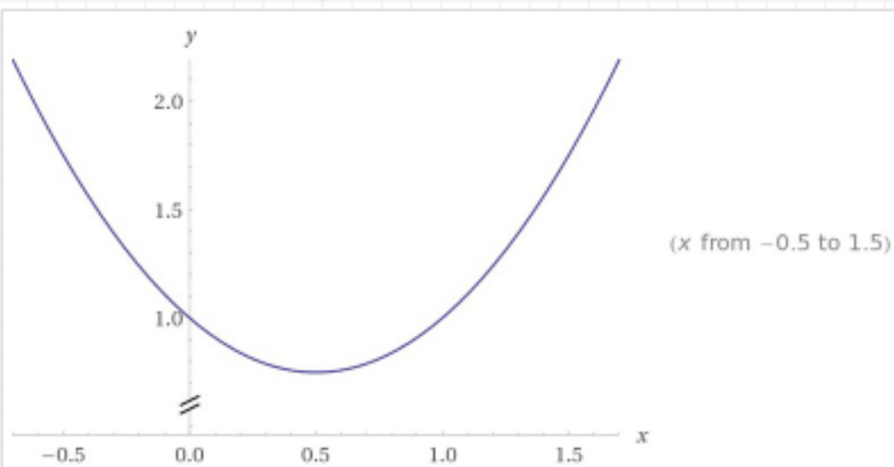
$$(A^3)^2 - A^3 + 1 = 0$$

$$A^3 = \alpha$$

$$\underline{\alpha^2 - \alpha + 1 = 0} \quad ?$$

$$\alpha^2 - \alpha + 1 = 0$$





$$\alpha^2 - \alpha + 1 = 0$$

$$\alpha^2 - \alpha + \frac{1}{4}$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 0$$

niedobry znak

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$\left(A^3 - \frac{1}{2} + \sqrt{-\frac{3}{4}}\right) \cdot \left(A^3 - \frac{1}{2} - \sqrt{-\frac{3}{4}}\right) = 0$$

$$A^3 = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}$$

NICOLO FONTANA
TARTAGLIA
(1500 – 1557)

GIROLAMO CARDANO
(1501 – 1576)

LICZBY ZESPOLONE

POTRZEBUJEMY ZBIORU

(1) ZAWIERAJĄCEGO $\mathbb{R}$,

(2) TAKIEGO, ŻE $\sqrt{-1}$ MA SENS,

(3) DODAWANIE i MNOŻENIE SĄ JAK ZWYKLE,

(4) ZBIÓR TEN JEST MOŻLIWIE MAŁY

PROPOZYCJA:

$$\mathbb{C} = \{ a+bi, \ a,b \in \mathbb{R}, \ i^2 = -1 \}$$

DODAWANIE: $(a+bi)+(a'+b'i) = (a+a') + (b+b')i$

MNOŻENIE: $(a+bi)\cdot(a'+b'i) = aa' + bia' + ab'i + bb'i^2 =$

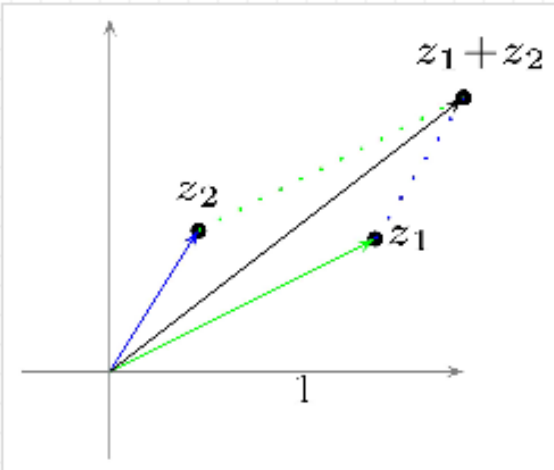
$$= (aa'-bb') + (ab'+ba')i =$$

$$(aa'-bb') + (ab'+ba')i$$

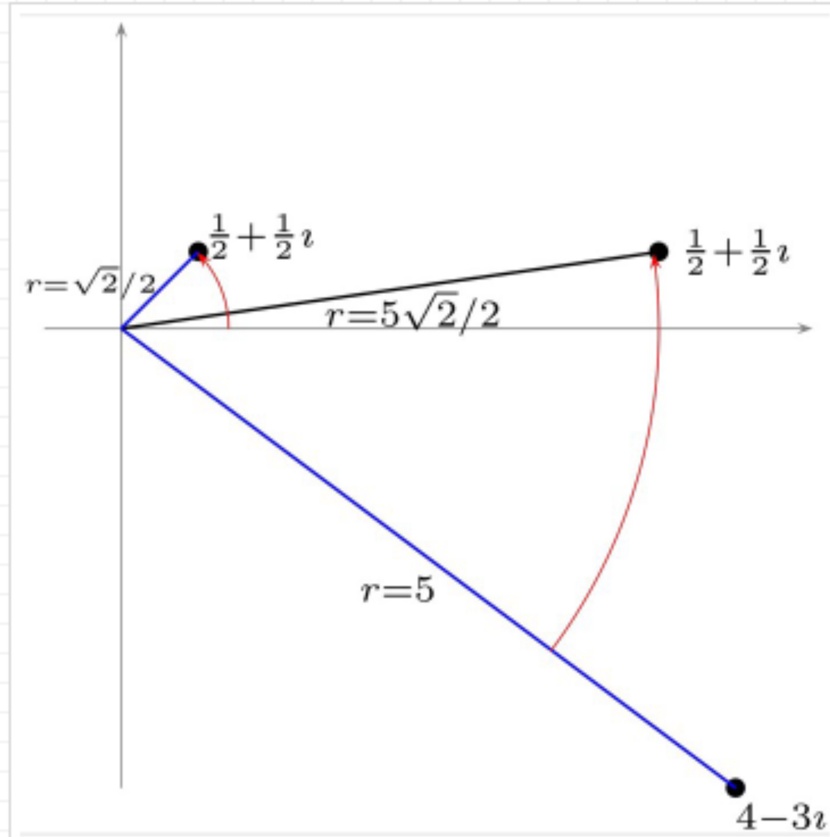
XIX w.

DALEJ NUDA: SPRAWDZIĆ, CZY WSZYSTKIE WŁASNOŚCI SĄ SPEŁNIONE, CZY TO JEST NAJMNIEJSZY DOBRY ZBIÓR ...

DODAWANIE



MNOZENIE



$r(\cos\varphi + i\sin\varphi)\cdot r'(\cos\varphi' + i\sin\varphi') =$ ... TROCHĘ RACHUNKÓW I WZORÓW ... $=$

$$= r\cdot r'\big(\cos(\varphi+\varphi') + i\sin(\varphi+\varphi')\big)$$

LICZBY ZESPOLONE

MY MAMY DO ROZWIĄZANIA PROBLEM PRAKTYCZNY: ZNALEŹĆ $A \in \mathbb{C}$ TAKIE, ŻE $A^3 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$

PORADZIMY SOBIE PRZY POMOCY GEOMETRII

$z = a + bi$

Re z

Im z

$a = r \cos\varphi$

$b = r \sin\varphi$

$z = r(\cos\varphi + i \sin\varphi)$