

# EGZAMIN PRZYKŁADOWY 1 13.01.2015

**Zadanie 1:** Niech  $L = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z = 2\}$   
 $f(z) = \frac{z-1}{z+i}$ . Znaleźć i naszkicować zbiór  $f^{-1}(L)$ .

**Zadanie 2:** Znaleźć wymiary i przykładowe bazy podprzestrzeni  $V_1, V_2, V_1+V_2, V_1 \cap V_2$  w  $\mathbb{R}^4$  gdzie

$$V_1 = \ker \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -6 & -3 \end{bmatrix} \quad V_2 = \operatorname{im} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & -2 \\ 2 & 4 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

**Zadanie 3:** Operator liniowy  $F: \mathbb{R}_2[\cdot] \rightarrow \mathbb{R}^3$  dany jest wzorem

$$F(w) = \begin{bmatrix} w'(0) \\ w'(1) \\ w'(-1) \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} w(-1) \\ w(0) \\ w(1) \end{bmatrix}$$

Znaleźć  $[F]_f^e$  jeśli  $f = (f_1, f_2, f_3)$   $f_k(t) = t^{3-k}$  jest bazą  $\mathbb{R}_2[\cdot]$  a  $e = (e_1, e_2, e_3)$  jest bazą standardową w  $\mathbb{R}^3$ .  
Znaleźć także jądro i obraz  $F$ .

**Zadanie 4:** Znaleźć znak permutacji  $\sigma$ , rozkład  $\sigma$  na cykle rozłączne oraz obliczyć  $\sigma^{24}$  dla

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 5 & 8 & 9 & 1 & 3 & 10 & 4 & 2 & 7 & 11 & 6 \end{pmatrix}$$

Zadanie 5: Obliczyć wyznacznik

$$D_4 = \det \begin{bmatrix} a_1 + b_1 & a_1 + b_2 & a_1 + b_3 & a_1 + b_4 \\ a_2 + b_1 & a_2 + b_2 & a_2 + b_3 & a_2 + b_4 \\ a_3 + b_1 & a_3 + b_2 & a_3 + b_3 & a_3 + b_4 \\ a_4 + b_1 & a_4 + b_2 & a_4 + b_3 & a_4 + b_4 \end{bmatrix}$$