

Zadania z Algebry I, 4.05.15

1. Znaleźć bazę i postać Jordanowską operatora $N \in \text{End } \mathbb{K}^4$: $N(\mathbf{x}) := N\mathbf{x}$,

$$\text{gdzie (a); } N := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \text{ (b); } N := \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix},$$

2. Niech $V := \mathbb{K}_3[x, y]$ będzie przestrzenią wielomianów stopnia ≤ 3 zmiennych x i y . Znaleźć bazę i rozkład Jordanowski operatora $N \in \text{End } V$, zdefiniowanego wzorem $N := \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$

3. Znaleźć rzuty na przestrzenie pierwiastkowe operatora $F \in \text{End } \mathbb{R}^3$, określonego wzorem $F(\mathbf{x}) := A\mathbf{x}$, gdzie $A := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

4. Niech $H := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Znaleźć macierz $P \in \mathbb{K}_3^3$ taką, że operator $P(\mathbf{x}) := P\mathbf{x}$ jest jednym z rzutów związanych z rozkładem przestrzeni \mathbb{K}^3 na sumę prostą podprzestrzeni pierwiastkowych H .

5. Niech $H := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Znaleźć macierz $P \in \mathbb{K}_4^4$ taką, że operator $P(\mathbf{x}) := P\mathbf{x}$, jest jednym z rzutów związanych z rozkładem przestrzeni \mathbb{K}^4 na sumę prostą podprzestrzeni pierwiastkowych H .