

## EGZAMIN PRZYKŁADOWY:

1. Obliczyć całkę  $I = \int_{\Omega} z \sin(\pi(x^2+y^2)) dx dy dz$  jeśli

$$\Omega = \{(x, y, z): 0 \leq z \leq 2, x^2 + y^2 \leq 8 - 2z^2\}$$

2. Stosując metodę mnożników Lagrange'a znaleźć punkty krytyczne  $f(x, y) = \frac{y}{x}$  na zbiorze  $K = \{(x, y): (x-3)^2 + (y-1)^2 \leq 2\}$ . Zbadać typ jednego z punktów krytycznych.

3. W obszarze  $D = (\mathbb{R}^2 \setminus \{(x, 0), x \leq 0\}) \times ]0, \infty[ \subset \mathbb{R}^3$  wprowadzamy współ

rzędne  $(u, v, w)$ : Traktując  $w$  jako funkcję  $u$  i  $v$  wyrazić  $w$   $u, v, w$  i

$$\begin{cases} x = uw \cos(v) \\ y = uw \sin(v) \\ z = w \end{cases}$$

rozwiązać  $(x^2 - y^2)z_x + 2xy z_y = xz$

4. Rozwiązać zagadnienie początkowe

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \\ z(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Wskazówka  $W(\lambda) = -(\lambda-3)(\lambda+1)^2$

5. Dla  $a \in [-1, 1]$  znaleźć jawną postać funkcji

$$F(a) = \int_0^1 \frac{\log(1-a^2x^2) dx}{x^2 \sqrt{1-x^2}}$$