

Kolokwium przykładowe

1) Zbadaj przebieg zmienności funkcji $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = x \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$$

2) Obliczyć granice

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^x - 1) - e^{\sin x} + 1}{\sin x \sin \frac{x}{2} \sin \frac{x}{3} \sin \frac{x}{4}}$$

3) Znaleźć funkcje pierwotne

$$\int \frac{\cos x}{(1 - \cos x)^2} dx, \quad \int e^x (\cos x)^2 dx$$

4) Zbadaj zbieżność szeregów

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \log\left(1 + \frac{1}{n}\right), \quad \sum \frac{3 \sqrt[3]{n^2+1}}{2^n}$$

5) Obliczyć całki w sensie Riemanna

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x}{1 + \sin^2 x} dx, \quad \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2 + x}}$$

(Na prawdziwym kolokwium rachunków byłoby pewnie trochę mniej)