

# EGZAMIN PRZYKŁADOWY

## Zadanie 1

Dla  $t \in [0, 1]$  definiujemy zbiór

$$D_t = \{(x, y) \in [0, 1]^2 : (t-x)(x^2+y^2-1) \geq 0\}$$

Naszkicować  $D_t$ , znaleźć jawny wzór na  $S_t = \text{pole } D_t$  oraz znaleźć jego najmniejszą i największą wartość.

## Zadanie 2

Zbadaj monotoniczność funkcji  $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 17}{\sqrt{x^2 + 2}}$

Czy  $f$  jest jednostajnie ciągła?

## Zadanie 3

Zbadaj zbieżność  $a_n = \sum_{k=1}^n (\sqrt{k} - 1)$   $b_n = \prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{k}{2^{k+1}}\right)$

## Zadanie 4

Znajdź funkcje pierwotne  $\int \frac{1}{1 + \sin x \cos x} dx$   $\int e^x \cos^2 x dx$

## Zadanie 5

Obliczyć granicę  $\lim_{M \rightarrow \infty} \int_2^M \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \cdot \frac{1}{x^2} dx$