

GEOMETRIA RÓŻNICZKOWA 2 - SPIS POJĘĆ I TWIERDZEŃ

Krzywe w przestrzeni euklidesowej

Pojęcia: krzywa regularna, parametryzacja naturalna, krzywizna, torsja, reper Freneta

Twierdzenia, stwierdzenia: Wzory Freneta w \mathbb{R}^2 (wyprowadzić), równoważność warunków (w \mathbb{R}^3): (1) krzywa jest płaska (2) torsja znika (3) wektor binormalny jest stały (udowodnić)

Powierzchnie zanurzone w przestrzeni euklidesowej

Pojęcia: pierwsza forma podstawowa, pochodna kowariantna związana z zanurzeniem, symbole Christoffela, operator Weingartena, druga forma podstawowa, krzywizny główne, kierunki główne, krzywizna Gaussa

Twierdzenia, stwierdzenia: pochodna kowariantna pierwszej formy podstawowej znika (udowodnić), symbole Christoffela są symetryczne (udowodnić), Theorema egregium (sformułować, objaśnić o co chodzi)

Pochodna Liego

Pojęcia: całkowanie pola wektorowego, (lokalna) jednoparametrowa grupa dyfeomorfizmów, potok pola wektorowego, idea pochodnej Liego pola tensorowego

Twierdzenia, stwierdzenia: Wzór Tulczyjewa na różniczkę jednoformy (dowód, porównanie z wzorem Cartana), pochodna Liego formy jako (gradowany) komutator różniczki zewnętrznej i zwiężenia (wykazać prawdziwość wzoru dla jednoformy), wzór na pochodną Liego pola wektorowego (z dowodem)

Dystrybucje różniczkowalne

Pojęcia: dystrybucja różniczkowalna, dystrybucja inwolutywna, podrozmaitość całkowita, zupełna całkowalność dystrybucji

Twierdzenia, stwierdzenia: Twierdzenie Frobeniusa (idea dowodu)

Koneksja liniowa w wiązce wektorowej

Pojęcia: wiązka wektorowa (definicja, przykłady), wiązka styczna do wiązki wektorowej (struktura), pole Eulera na wiązce wektorowej, koneksja liniowa w wiązce wektorowej, symbole Christoffela (co to jest i skąd się bierze), pochodna kowariantna cięcia (definicja, wyrażenie we współrzędnych), pochodna kowariantna w wiązce dualnej (wyrażenie na współrzędnych), podniesienie horyzontalne, krzywizna koneksji, tensor krzywizny, koneksja w wiązce stycznej, przesunięcie równoległe, geodezyjna, koneksja metryczna, torsja, koneksja beztorsyjna

Twierdzenia, stwierdzenia: Koneksja na podrozmaitości zanurzonej w przestrzeni euklidesowej jest koneksją liniową w wiązce stycznej do powierzchni (należy umieć

wskazać dystrybucję horyzontalną związaną z tą koneksją), własności pochodnej kowariantnej (z dowodem), pochodna kowariantna w wiązce dualnej (wyprowadzić wzór na współrzędnych), podniesienie horyzontalne (wyprowadzić równanie), Twierdzenie Levi-Civita (z dowodem)

Elementy geometrii symplektycznej, mechanika teoretyczna

Pojęcia: forma Liouville'a na wiązce kostycznej, forma symplektyczna, pole Hamiltonowskie, podrozmaitość izotropowa, koizotropowa, lagranżowska, symplektyczna (definicje, przykłady), lagranżjan, odwzorowanie Legendre'a (definicja geometryczna), pole Eulera-Lagrange'a na wiązce stycznej

Twierdzenia, stwierdzenia: wyprowadzić wzory w naturalnych współrzędnych na współczynniki pola hamiltonowskiego, wykazać wzór $\alpha^*\theta_M = \alpha$ gdzie α jest jednoformą na M a θ_M formą liouville'a na T^*M , wyprowadzić wzory we współrzędnych na współczynniki pola Eulera Lagrange'a dla lagranżjanu mechanicznego (tzn energia kinetyczna minus potencjalna)