

II kolokwium z Analizy I R

20 stycznia 2014

Uwagi organizacyjne: każde zadanie rozwiązujemy na osobnej kartce. Każde zadanie należy podpisać imieniem i nazwiskiem własnym oraz prowadzącej lub prowadzącego ćwiczenia. Na wszelki wypadek prosimy też o podanie numeru grupy. Prosimy o sprawdzenie, czy telefon komórkowy jest wyłączony a kalkulator i inne pomoce naukowe (np. tablice matematyczne) schowane. W razie wątpliwości prosimy o pytania.

Zadanie 1. Zbadać przebieg zmienności funkcji:

$$f(x) = e^{-\frac{1}{x^2-4}}$$

i naszkicować jej wykres. W badaniu uwzględnić dziedzinę, ciągłość, granice na końcach przedziałów określoności, ekstrema, wypukłość, asymptoty.

Zadanie 2. W zależności od wartości rzeczywistych parametrów a i b zbadać ciągłość i różniczkowalność funkcji:

$$g(x) = \begin{cases} ax + b, & x \leq 0 \\ \left(\frac{\arcsin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}, & x > 0 \end{cases}$$

Zadanie 3. Niech $\mathcal{J}_n = \int_0^1 x^{2n-1} e^{x^2} dx$ dla $n \in \mathbb{N}_+$. Znajdź rekurencyjny związek wyrażający \mathcal{J}_n przez \mathcal{J}_{n-1} .

Zadanie 4. Zbadać zbieżność szeregów liczbowych

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \log^2 n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^n$$

Zadanie 5. Znaleźć funkcje pierwotne (tzn. wyliczyć całki nieoznaczone):

$$\int \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} dx, \quad \int \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^3} dx$$