

Kolokwium przykładowe  
26 grudnia 2012

Zadanie 1: Zbadaj przebieg zmienności funkcji

$$f(x) = e^{-\frac{1}{x^2-4}}$$

i naszkicować jej wykres. W badaniu uwzględnić dziedzinę, ciągłość, granice na końcach przedziałów określoności, ekstrema, wypukłość, asymptoty

Zadanie 2: W zależności od wartości rzeczywistych parametrów  $a$  i  $b$  zbadaj ciągłość i różniczkowalność funkcji

$$g(x) = \begin{cases} ax+b & x \leq 0 \\ \left(\frac{\arcsin x}{x}\right)^{1/x^2} & x > 0 \end{cases}$$

Zadanie 3: Zbadaj zbieżność następujących szeregów

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log^2 n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin(\pi^n \sqrt{n^3 + n})$$

Zadanie 4: Znaleźć funkcje pierwotne (tzn. wyliczyć) całki nieoznaczone

$$\int \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} dx$$

$$\int \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^3} dx$$

Zadanie 5 : Obliczyć całkę

$$\int_{-2}^2 \frac{f'(x)}{1+f(x)^2} dx$$

jeśli  $f$  jest funkcją daną wzorem

$$f(x) = \frac{2(x+1)}{\sqrt{3}(x^2-2)}$$