



## Zadania z liczb zespolonych na początkowe zajęcia z Algebry I

**Zadanie 1.** Wykonaj działania i przedstaw wynik w postaci  $x + iy$

$$\begin{aligned}(5 - 2i)^2(1 + 7i) &= \frac{3 + 2i}{1 - 3i} = \frac{1 + 2i}{-3i} + \frac{4i}{1 + i} = \\ \frac{(2 + 3i)^2(1 - i)}{5 + 2i} &= \frac{(1 + 2i)(3 + i)}{(1 - 2i)^2} = (1 + 2i)^3(3 - i) = \\ i^{122} &= (i^{19} - i^7)i^{17} = (\bar{i})^{29} =\end{aligned}$$

**Zadanie 2.** Wyznacz

$$\begin{aligned}\Re((2 + i)^2 + 31(7 - 5i)) &= \Re((1 - i)i - 1) = \Im\left(\frac{3 - 2i}{2 + 3i}\right) = \\ \Im\left(\frac{(1 + i)i - i}{i}\right) &= |(1 - 2i)^2| = \frac{5 + i}{(2 + i)^2(1 - 3i)} =\end{aligned}$$

**Zadanie 3.** Przedstaw w postaci trygonometrycznej

$$\begin{aligned}5 & \quad 5i & \quad -5 \\ -5i & \quad 5 + 5i & \quad -5 - 5i \\ \sqrt{3} - i & \quad -1 + \sqrt{3}i & \quad 4 + 4\sqrt{3}i \\ (1 - i)^4 & \quad \frac{(1 - i)}{i} & \quad \frac{(1 - i)}{i}\end{aligned}$$

**Zadanie 4.** Oblicz

$$\begin{aligned}(1 - \sqrt{3}i)^4 & \quad (5 + 5i)^{20} & \quad (-3 + 3\sqrt{3}i)^6 \\ (-1 + i)^4 & \quad \left(\frac{6}{\sqrt{3} + i}\right)^6 & \quad (1 + i\sqrt{3})^5(1 - i\sqrt{3})^{10}\end{aligned}$$

**Zadanie 5.** Rozwiąż równania

$$\begin{aligned}z^2 + 10\bar{z} - 11 &= 0 \\ z^2 - \bar{z} - 6 &= 0 \\ z^2 + 2\bar{z} + 6 &= 0 \\ z^2 + 4i\bar{z} - 4 &= 0 \\ 2|z|^4 + (z + \bar{z} + i)^3 &= 2i \\ z^2 - 5|z| + 6 &= 0\end{aligned}$$

**Zadanie 6.** Naskicuj na płaszczyźnie

$$S = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1 + i| = \sqrt{2}\}$$

$$S = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1 + i| = |z + 1 - i|\}$$

$$S = \{z \in \mathbb{C} : \left| \frac{z-1}{2i} \right| = 1\}$$

$$S = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| = 2|z + 1|\}$$

$$S = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| > 2|z + 1|\}$$

**Zadanie 7.** Niech  $f(z) = \frac{z+1}{z-2}$  naskicuj  $f(S)$  jeśli

$$S = \{z \in \mathbb{C} : |z + 1|^2 = 8\}$$

$$S = \{z \in \mathbb{C} : 0 \leq \Re(z) \leq 1\}$$