

Lista pytań egzaminacyjnych z Algebry I

Odpowiadający wylosuje zestaw dwóch pytań z różnych działów: pierwsze z zakresu 1-16, drugie z zakresu 17-29. Przy każdym zadaniu mogą poprosić o rachunki z wykorzystaniem pojęć o których mowa w pytaniu. Szczególnie prawdopodobne jest przy pytaniach z dopiskiem: "Przy tym pytaniu mogą także..."

Część pierwsza, 1-16.

Zadanie 1. Definicja ciała. Jak wprowadzić działania "+" i "." w \mathbb{R}^2 , żeby $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ było ciałem \mathbb{C} ?

Zadanie 2. Postać trygonometryczna i biegunowa liczby zespolonej: co to jest, do czego się przydaje (np. geometryczna interpretacja mnożenia). Przy tym pytaniu mogą także poprosić o wykonanie prostych rachunków.

Zadanie 3. Geometryczna interpretacja działań i innych operacji w \mathbb{C} (moduł, sprzężenie, odwrotność). Niezbędne są obrazki!

Zadanie 4. Własności homografii, tzn. odwzorowań postaci $c \ni z \mapsto \frac{az+b}{cz+d}$, $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ (najlepiej z obrazkami!)

Zadanie 5. Symbol Eulera: definicja, własności, zastosowania. Przy tym pytaniu mogą poprosić o wprowadzenie jakiegoś wzoru trygonometrycznego z użyciem symbolu Eulera.

Zadanie 6. Pierwiastki n -tego stopnia z 1: definicja, własności, suma, iloczyn...

Zadanie 7. Pierwiastkowanie liczb zespolonych. Przy tym pytaniu mogą także poprosić o wykonanie prostych rachunków.

Zadanie 8. Rozwiązywanie równań trzeciego stopnia.

Zadanie 9. Przestrzeń wektorowa, podprzestrzenie: definicja, przykłady, przykłady użycia tego pojęcia w teoriach fizycznych.

Zadanie 10. Liniowa niezależność wektorów. Baza przestrzeni wektorowej. Jak sprawdzić, czy dany układ wektorów jest bazą?

Zadanie 11. Współrzędne wektora w bazie. Macierz przejścia. Przy tym pytaniu mogą także poprosić o wykonanie prostych rachunków.

Zadanie 12. Odwzorowania liniowe: definicja, przykłady własności.

Zadanie 13. Jądro i obraz odwzorowania liniowego, bilans wymiarów z dowodem.

Zadanie 14. Macierz odwzorowania liniowego. Zmiana bazy. Przy tym pytaniu mogą także poprosić o wykonanie prostych rachunków.

Zadanie 15. Rząd macierzy. Twierdzenie o równości rzędu wierszowego i kolumnowego z uzasadnieniem.

Zadanie 16. Macierze odwracalne. Jak znaleźć macierz odwrotną. Przy tym pytaniu mogą także poprosić o wykonanie prostych rachunków.

Część druga, 17-29.

Zadanie 17. Definicja grupy, jak najwięcej przykładów.

Zadanie 18. Grupa symetrii trójkąta równobocznego: tabelka działania, podgrupy... Udowodnić, że w dowolnej grupie mnożenie z lewej strony przez ustalony element jest bijekcją.

Zadanie 19. Grupy mające cztery elementy: tabelki działania, interpretacja geometryczna...

Zadanie 20. Co to jest orbita permutacji? Rozkład permutacji na cykle. Przy tym pytaniu mogę także poprosić o wykonanie prostych rachunków.

Zadanie 21. Rząd elementu grupy, rząd permutacji. Przy tym pytaniu mogę także poprosić o wykonanie prostych rachunków.

Zadanie 22. Znak permutacji. Dowód poprawności definicji.

Zadanie 23. Wzór na znak permutacji z wykorzystaniem liczby inwersji. Uzasadnienie poprawności. Przy tym pytaniu mogę także poprosić o wykonanie prostych rachunków.

Zadanie 24. Przestrzeń odwzorowań dwuliniowych z $V \times V$ do \mathbb{K} jest przestrzenią wektorową. Jak wygląda dodawanie i mnożenie przez liczbę w tej przestrzeni? Jaki jest wymiar tej przestrzeni (w zależności od wymiaru V)? Formy symetryczne i antysymetryczne.

Zadanie 25. Wymiar przestrzeni odwzorowań k -liniowych antysymetrycznych na n -wymiarowej przestrzeni wektorowej. Nie wystarczy wiedzieć ile jest, trzeba umieć uzasadnić!

Zadanie 26. Definicja i własności wyznacznika. Niektóre własności warto umieć uzasadnić.

Zadanie 27. Rozwinięcie Laplace'a: wzór wraz z wyprowadzeniem.

Zadanie 28. Macierz dopełnień algebraicznych, macierz odwrotna.

Zadanie 29. Wzory Cramera wraz z wyprowadzeniem.