

Zadania domowe, seria 1 - suplement
 Matematyka III, semestr zimowy 2011/2012

1. Współrzędne bisferyczne (ξ, η, ϕ) wiążą się ze współrzędnymi kartezjańskimi (x, y, z) w następujący sposób

$$x = \frac{7 \sin \xi \cos \phi}{\cosh \eta - \cos \xi} \quad (1)$$

$$y = \frac{7 \sin \xi \sin \phi}{\cosh \eta - \cos \xi} \quad (2)$$

$$z = \frac{7 \sinh \eta}{\cosh \eta - \cos \xi} \quad (3)$$

- (a) W każdym punkcie o współrzędnych (ξ, η, ϕ) wyraż wektory bazy złożonej z wektorów stycznych do linii współrzędnych tego krzywoliniowego układu współrzędnych w bazie układu kartezjańskiego $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$.
- (b) Czy współrzędne bisferyczne są ortogonalne?
- (c) Jaką długość (u, v, θ) mają wektory bazy znalezionej w podpunkcie (a)?
- (d) Jakimi powierzchniami są powierzchnie stałej η ?
2. Znajdź równanie płaszczyzny wiedząc, że do płaszczyzny należą punkty $(0, 1, 1)$ i $(2, 2, 0)$ oraz, że płaszczyzna ta jest równoległa do prostej

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} t + \begin{pmatrix} 7 \\ \pi \\ e \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Znajdź odległość między znaną płaszczyzną a podaną prostą.

3. W przestrzeni afinicznej czterowymiarowej znaleźć punkt w którym płaszczyzna

$$\begin{cases} x + y + z + t = 7 \\ x + z + t = -1 \end{cases}$$

przecina się z płaszczyzną

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} p + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} q + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad p, q \in \mathbb{R}$$

4. Znajdź równanie parametryczne prostej stycznej do krzywej $(\cos t, \sin t, t)$, $t \in \mathbb{R}$ w punkcie odpowiadającym $t = \frac{\pi}{4}$.