

Analiza zespolona i funkcje specjalne, 2015/2016
lista tematów egzaminacyjnych

Osoby, które zaliczyły ćwiczenia mają prawo zdawać egzamin ustny. Poniżej znajdują się tematy egzaminacyjne. Nie są to pytania. Zdający będzie musiał odpowiedzieć na dwa pytania dotyczące tematów przedstawionych poniżej. Uwaga: tematy egzaminacyjne nie są rozłączne pod względem treści.

Temat 1 Ciało liczb zespolonych: definicja, podstawowe operacje na liczbach zespolonych, odwzorowania \mathbb{C} -liniowe i \mathbb{R} -liniowe.

Temat 2 Różniczkowanie w sensie zespolonym, wzory Cauchy'ego-Riemanna, prawa różniczkowania.

Temat 3 Symbole $\frac{\partial}{\partial z}$, $\frac{\partial}{\partial \bar{z}}$, dz , $d\bar{z}$.

Temat 4 Funkcje holomorficzne, część rzeczywista i urojona funkcji holomorficznej.

Temat 5 Całkowanie funkcji o wartościach zespolonych wzdłuż krzywych w \mathbb{C} , związek z całkowaniem form różniczkowych, całka z funkcji holomorficznej po krzywej zamkniętej.

Temat 6 Wzór Cauchy'ego z dowodem.

Temat 7 Wnioski ze wzoru Cauchy'ego - własności funkcji holomorficznych.

Temat 8 Nierówność Cauchy'ego z dowodem.

Temat 9 Twierdzenie Liouville'a z dowodem.

Temat 10 Rozwinięcie funkcji holomorficznej w szereg Taylora, wzory na współczynniki, wnioski z twierdzenia Taylora.

Temat 11 Rozwinięcie funkcji holomorficznej w pierścieniu w szereg Laurent'a - twierdzenie i szkic dowodu.

Temat 12 Klasyfikacja punktów osobliwych, przykłady odpowiednich funkcji. Twierdzenie Riemanna o rozszerzeniu.

Temat 13 Pojęcie residuum, wzór na obliczanie residuum funkcji w biegunie.

Temat 14 Twierdzenie Weierstrassa - Casorattiego o istotnym punkcie osobliwym z dowodem, twierdzenie Picarda.

Temat 15 Logarytm liczby zespolonej, inne funkcje wieloznaczne, powierzchnie Riemanna.

Temat 16 Obliczanie całek metodą residuów, zastosowania, lemat Jordana z dowodem.

Temat 17 Sfera Riemanna, punkt ∞ , osobliwości w nieskończoności, funkcje meromorficzne na sferze Riemanna.

Temat 18 Funkcja Gamma Eulera: definicja i niektóre istotne własności.

Temat 19 Wzór Gaussa na funkcję Gamma i idea dowodu.

Temat 20 Wzór Stirlinga - wyprowadzenie metodą punktu siodłowego.

Temat 21 Metoda punktu siodłowego - najważniejsze założenia i idea dowodu.

Temat 22 Równania różniczkowe liniowe pierwszego rzędu w dziedzinie zespolonej, punkty regularne i regularne punkty osobliwe. Metoda Frobeniusa.

Temat 23 Równania różniczkowe drugiego rzędu w dziedzinie zespolonej, punkty regularne i regularne punkty osobliwe.