

# Wyznaczanie stałej Stefana-Boltzmana

Ryszard Kostecki

23 maja 2002

---

## 1. Streszczenie

Celem tego doświadczenia było wyznaczenie stałej Stefana-Boltzmana.

## 2. Wstęp teoretyczny

Moc wypromieniowana przez jednostkę powierzchni ciała doskonale czarnego w temperaturze  $T$  i przedziale długości fali od  $\lambda$  do  $\lambda+d\lambda$  wyraża się wzorem Plancka (gdzie  $h$  to stała Plancka,  $k$  stała Boltzmana, a  $c$  prędkość światła):

$$R(T, \lambda) d\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\left( e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1 \right)} d\lambda \quad [1]$$

Po scałkowaniu tego wzoru po  $\lambda$  od zera do nieskończoności otrzymamy całkowitą energię wypromieniowaną przez jednostkę powierzchni ciała doskonale czarnego w jednostce czasu:

$$W(T) = \sigma T^4 \quad [2],$$

zaś dla ciała nie będącego ciałem doskonale czarnym:

$$W(T) = \varepsilon \sigma T^4 \quad [3]$$

gdzie  $\varepsilon$  jest zdolnością absorpcyjną ciała, zaś  $\sigma$  to właśnie stała Stefana-Boltzmana. Ponieważ rzeczywiste ciało emituje energię także poprzez przewodnictwo i konwekcję, to całkowita że moc wypromieniowana przez to ciało jest równa:

$$W_{em} = \varepsilon \sigma S(T^4 - T_0^4) + AS(T - T_0) + BS(T - T_0)^\alpha \quad [4],$$

gdzie  $T_0$  to temperatura otoczenia (w K),  $S$  – powierzchnia ciała,  $A$  – współczynnik opisujący przewodnictwo, a  $B$  i  $\alpha$  to współczynniki opisujące konwekcję. Wyraz  $(-T_0^4)$  bierze się z faktu, iż każde ciało prócz emitowania energii, również pochłania promieniowanie emitowane przez otoczenie. Różnica mocy wypromieniowanych przez dwa ciała o takich samych  $S$ ,  $T$ ,  $T_0$ ,  $A$ ,  $B$  i  $\alpha$  wynosi:

$$\Delta W_{em} = W_{em2} - W_{em1} = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \sigma S(T^4 - T_0^4) \quad [5].$$

Przyjmując  $\varepsilon = 1$  dla walca okopconego i  $\varepsilon = 0.04$  dla walca wypolerowanego mamy:

$$\Delta W_{em} = (1 - \varepsilon) \sigma S(T^4 - T_0^4) \quad [6].$$

Zatem dopasowując metodą najmniejszych kwadratów prostą  $\Delta W_{em}(T^4) = \mathbf{a} * T^4 + \mathbf{b}$  do otrzymanej z poniższego doświadczenia charakterystyki  $\Delta W_{em}(T^4)$  wyznaczą  $\sigma$ , oczywiście ze wzoru:

$$\sigma = a / (1 - \varepsilon) S$$

[7].

### 3. Układ doświadczalny

Układ pomiarowy składał się z dwóch aluminiowych walców: wypolerowanego i okopconego, zasilacza z amperomierzem, dwóch termopar podłączonych do dwóch woltomierzy, oraz dwóch grzałek podłączonych do dwóch innych woltomierzy. Walce nałożone były na druty oporowe (grzałki), tak że można je było podgrzewać przepuszczając przez druty prąd o odpowiednim natężeniu. Oporniki te podłączone były szeregowo z zasilaczem i amperomierzem. Tak zbudowany układ pozwalał na podgrzewanie walców przy jednoczesnym pomiarze mocy na to traconej. Moc ta była równa oczywiście  $U \cdot I$ , gdzie  $U$  to napięcie na zasilaczu, a  $I$  to natężenie prądu płynącego przez układ. Po osiągnięciu stanu równowagi moc ta była równa mocy emitowanej  $W_{em}$ .

Do pomiaru temperatury walców służyły termopary. Wewnątrz każdego z walców umieszczona była jedna końcówka termopary, druga zaś znajdowała się w mieszaninie wody z lodem (o temperaturze 273K), aby zapewnić stały punkt odniesienia (do przeliczania napięcia na termoparze na temperaturę). Temperaturę odpowiadającą mierzonym napięciom odczytywałem z charakterystyki termopary konstantan-miedź.

### 4. Przebieg doświadczenia

Najpierw zmierzyłem temperaturę panującą w pracowni. Wyniosła ona  $(296 \pm 0,2)K$ .

Następnie, w celu uzyskania wartości pola powierzchni walców, zmierzyłem je. Miały one następujące wymiary: długość  $l = (72,05 \pm 0,01)mm$  i średnicę  $d = (12,15 \pm 0,1)mm$ .

Po tym pomiarze przystąpiłem do właściwych pomiarów: napięcia  $U_{grzałki}$  (czyli napięcia na drutach oporowych),  $U_{term}$  (czyli napięcia na termoparze - przeliczanego bezpośrednio na temperaturę walców) oraz natężenia prądu  $I$ . Wielkości te mają znaczenie dopiero po ustaleniu się stanu równowagi. Aby stwierdzić czy równowaga się ustaliła dokonywałem zatem pomiarów temperatury walców w stałych odstępach czasu i na bieżąco analizowałem otrzymywane wyniki. W momencie, gdy w granicach błędu pomiarowego temperatura walców nie zmieniała się, uznawałem, że układ znajdował się w stanie równowagi. Wtedy też zapisywałem wartości  $U_{grzałek}$ ,  $I$  oraz napięć na termoparach.

### 5. Wyniki

Wyniki pomiarów  $I$ ,  $U_{grzałki}$ ,  $U_{term}$  i zależnych od nich  $T$  oraz  $W_{em}$  znajdują się w tabeli 1. Na wykresie 1 przedstawiłem zależność mocy  $W_{em}$  emitowanej przez oba walce w zależności od temperatury. Dla jednakowych mocy  $W_{em}$ , temperatury walców były różne, jednak do obliczenia  $\Delta W_{em}$  potrzebna jest znajomość mocy emitowanej przez walce w jednakowych temperaturach. Dlatego też dokonałem interpolacji pomiędzy punktami pomiarowymi dla obu. Po odczytaniu różnic  $\Delta W_{em}$  odłożyłem je na wykresie, w zależności od  $T^4$ . Charakterystykę  $\Delta W_{em}(T^4)$  przedstawia wykres 2. Do charakterystyki tej dopasowałem prostą metodą najmniejszych kwadratów. Współczynnik kierunkowy tej prostej wyniósł:  $a = (1,42 \pm 0,16) \cdot 10^{-10} W/K^4$ , zatem (ze wzoru [7]):

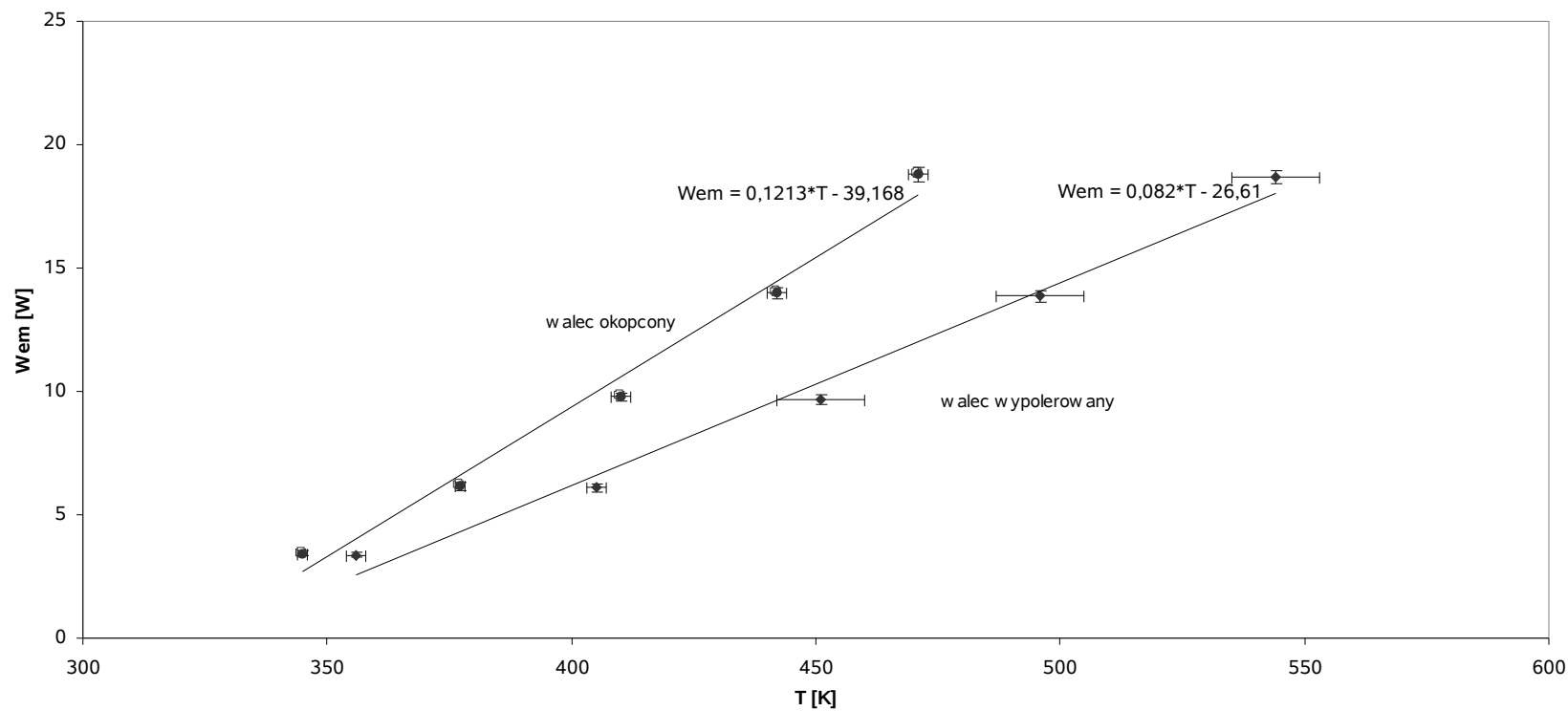
$$\sigma = (5,18 \pm 0,58) \cdot 10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}.$$

Wartość ta zgadza się w przedziale pojedynczej niepewności pomiarowej z wartością tablicową dla stałej Stefana-Boltzmann, która to wartość wynosi  $5.57 \cdot 10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}$ .

Tabela 1.  
Wyniki pomiarów

I [A]	dI [A]	walec wypolerowany									walec okopcony							
		Uterm. [mV]	dUterm. [mV]	T [K]	dT [K]	Ugrz [V]	dUgrz [V]	Wem [W]	dWem [W]	Uterm. [mV]	dUterm. [mV]	T [K]	dT [K]	Ugrz [V]	dUgrz [V]	Wem [W]	dWem [W]	
1,4	0,02	13,2	0,5	544	9	13,33	0,02	18,662	0,27	9,1	0,1	471	2	13,42	0,02	18,788	0,27	
1,2	0,02	10,5	0,5	496	9	11,55	0,02	13,86	0,23	7,6	0,1	442	2	11,66	0,02	13,992	0,23	
1	0,02	8,1	0,5	451	9	9,69	0,02	9,69	0,19	6,1	0,1	410	2	9,77	0,02	9,77	0,20	
0,8	0,02	5,8	0,1	405	2	7,61	0,02	6,088	0,15	4,46	0,05	377	1	7,7	0,02	6,16	0,15	
0,6	0,02	3,6	0,1	356	2	5,63	0,02	3,378	0,11	2,94	0,05	345	1	5,73	0,02	3,438	0,12	

Wykres 1: Charakterystyka Wem(T) dla obydwu walców.



Wykres 2.  
Charakterystyka  $\Delta W_{em}(T^4)$ .

