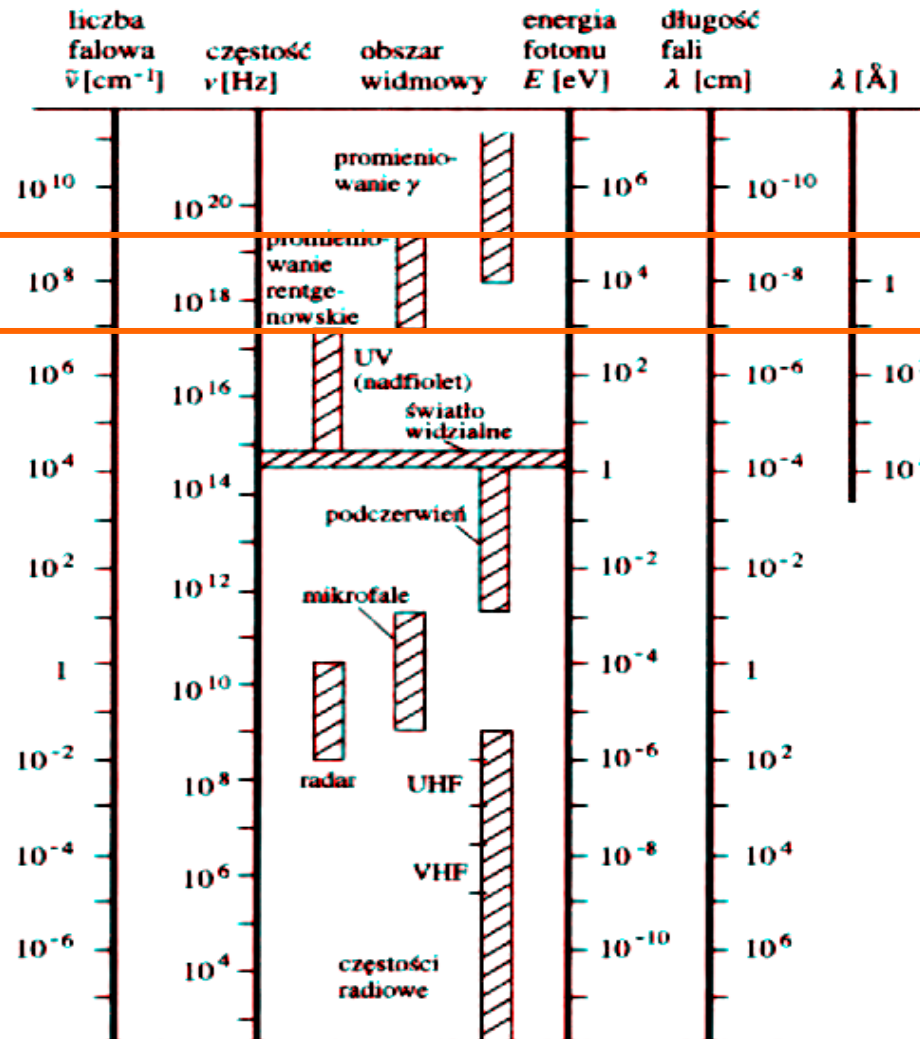


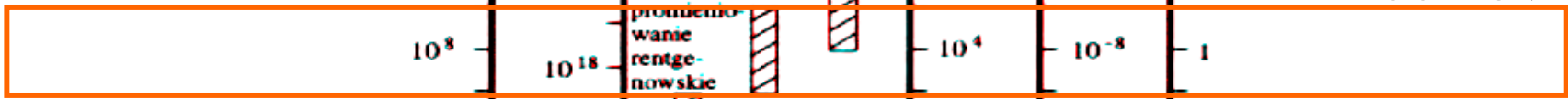
I.4 Promieniowanie rentgenowskie. Efekt Comptona

- Otrzymywanie promieniowania X
- Pochłanianie X przez materię
- Efekt Comptona



0.01 nm = 0.1 Å

100 keV

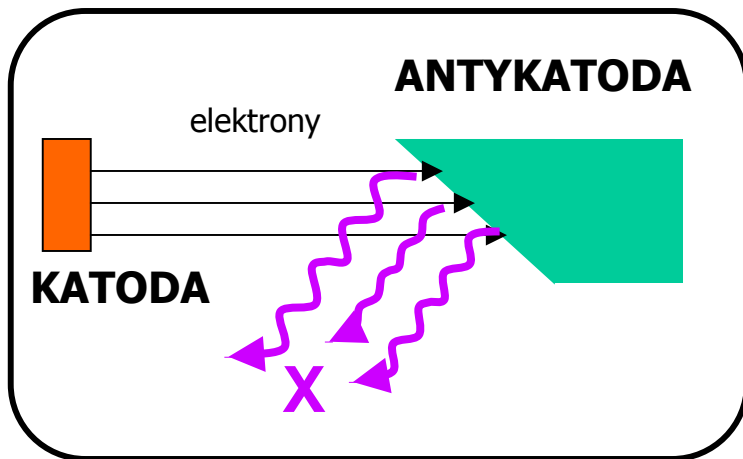


1 nm = 10 Å

1 keV

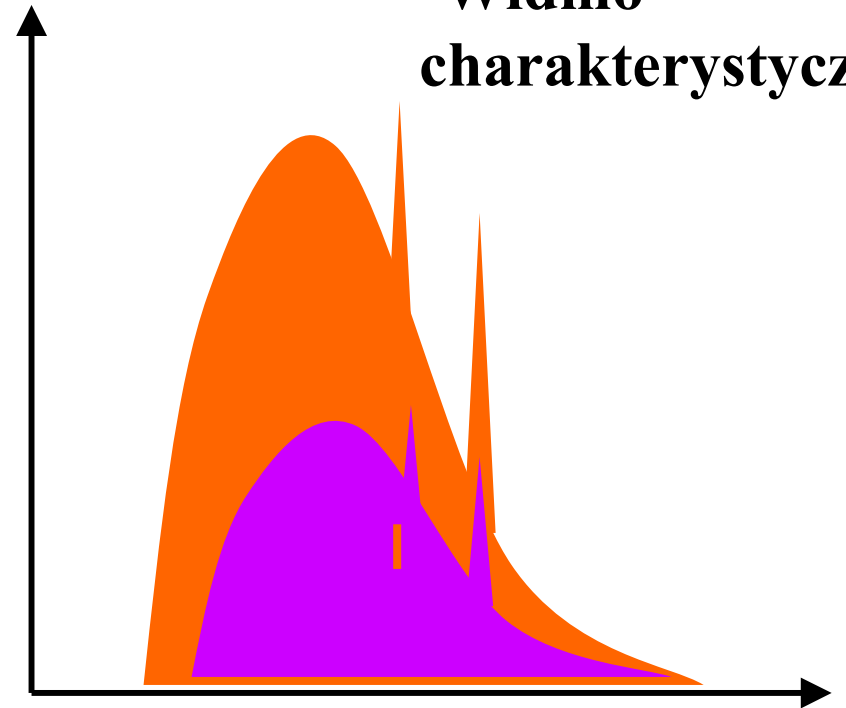
Lampa rentgenowska

Napięcie U rzędu 10 kV; energia 10 keV



$$h\nu = eU$$

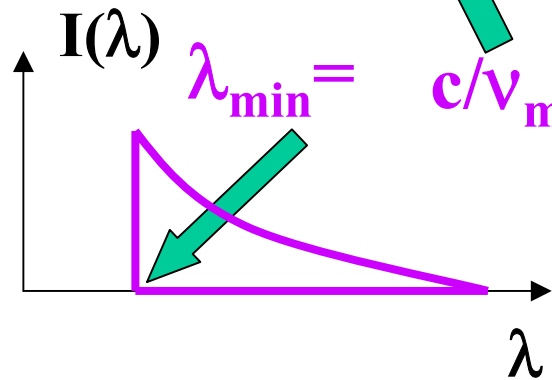
NATEŻENIE X-ów



- Widmo ciągłe
- Widmo charakterystyczne

Promieniowanie hamowania (Bremstrahlung)

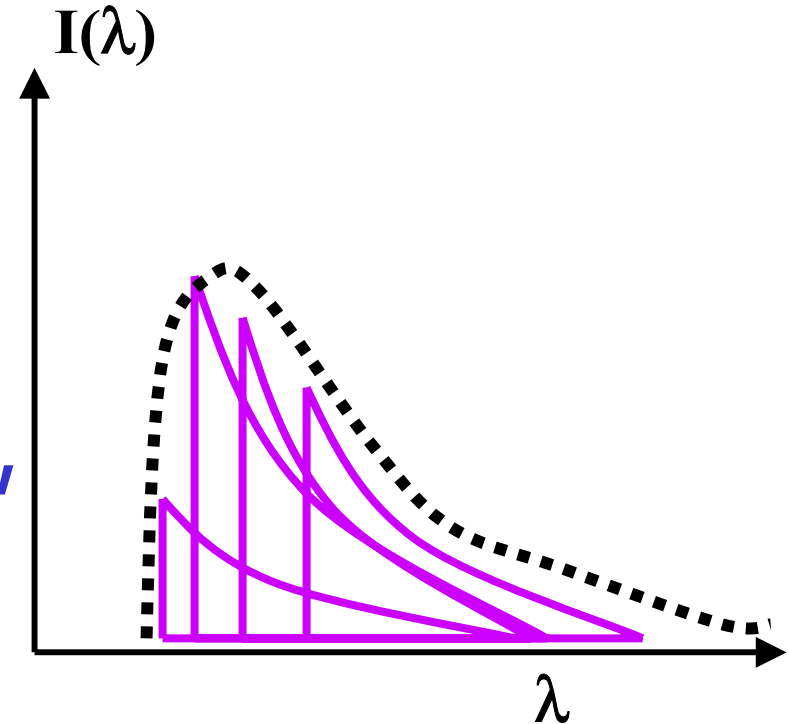
**Cienka anoda:
pojedynczy akt emisji**



$$\lambda_{\min} = c/v_{\max}$$

**wiele
aktów
hamowania w
grubej
anodzie**

**Mechanizm powstawania
widma ciągłego w lampie
rentgenowskiej**



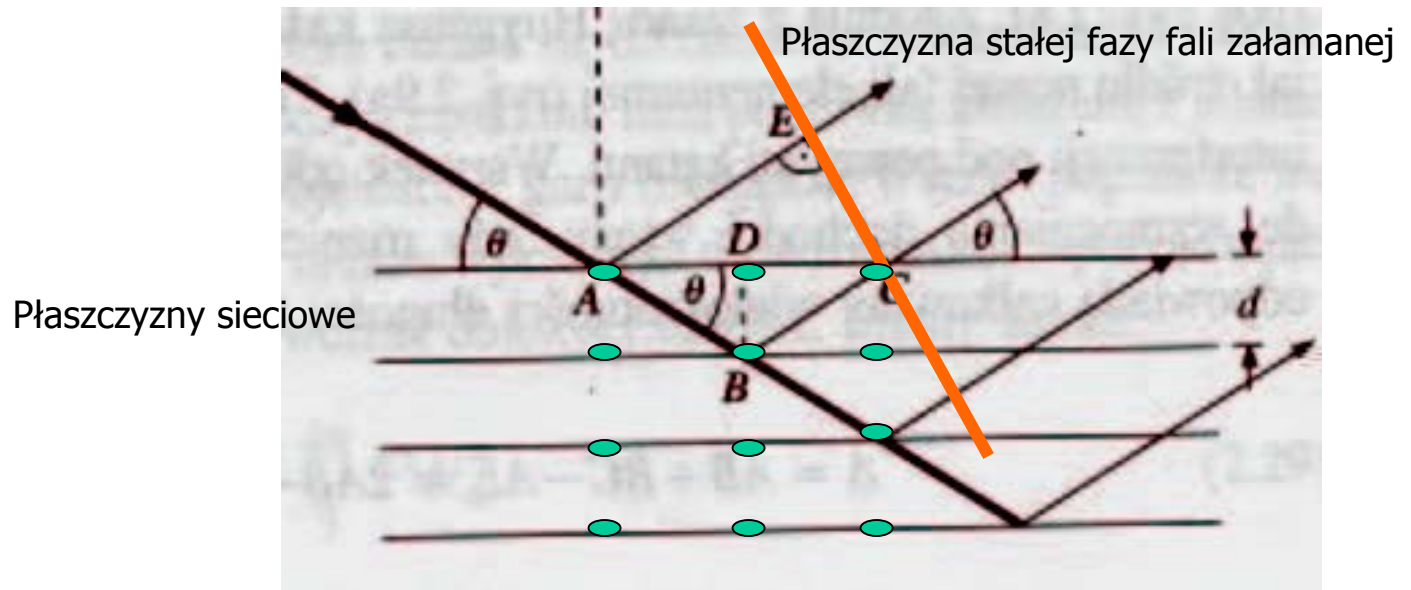
Badania strukturalne: dyfrakcja na kryształach i warunki Bragga

Wzmocnienie dyfrakcyjne zachodzi wtedy gdy różnica dróg optycznych fal rozproszonych na atomach jest wielokrotnością długości

fali:

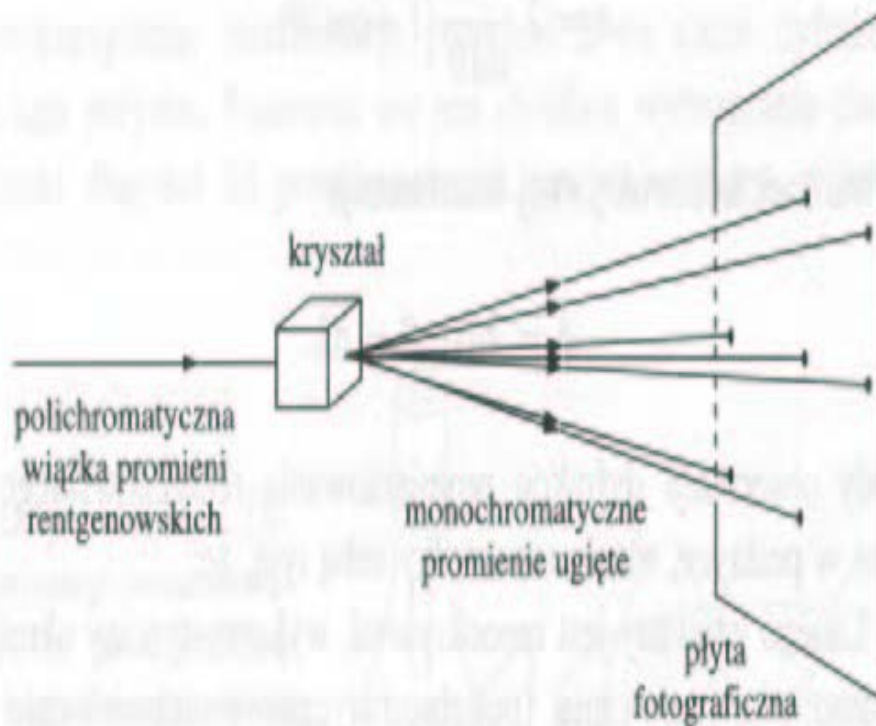
$$\Delta = AB + BC - AE = 2AB - AE = \frac{2d}{\sin \theta} - 2AD \cos \theta =$$

$$\Delta = 2 \frac{d}{\sin \theta} (1 - \cos^2 \theta) = 2d \sin \theta = n\lambda$$



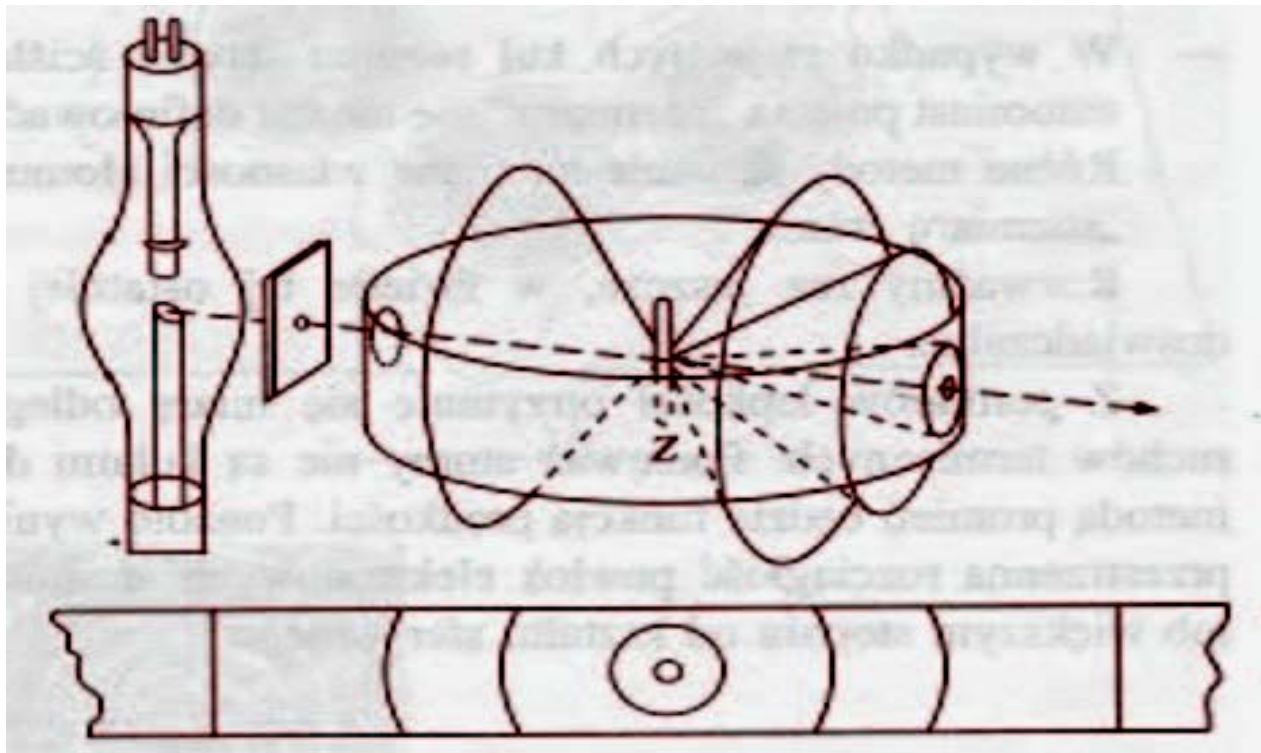
Dyfrakcja polichromatycznej wiązki X na monokryształe: metoda von Lauego

Promienie ugięte są monochromatyczne: monokryształ może służyć jako monochromator ciągłego widma X z lampy rentgenowskiej.



Przykład zastosowania: metoda Debye'a - Scherrera

Dyfrakcja monochromatycznych X na polikrystalicznej próbce:



Pochłanianie promieniowania E-m (X) przez materię

$$dI = -\mu I dx \text{ całkując dostajemy } I = I_0 \exp(-\mu x)$$

μ - liniowy współczynnik absorpcji;

μ/ρ - masowy współczynnik absorpcji [cm^2 / g]

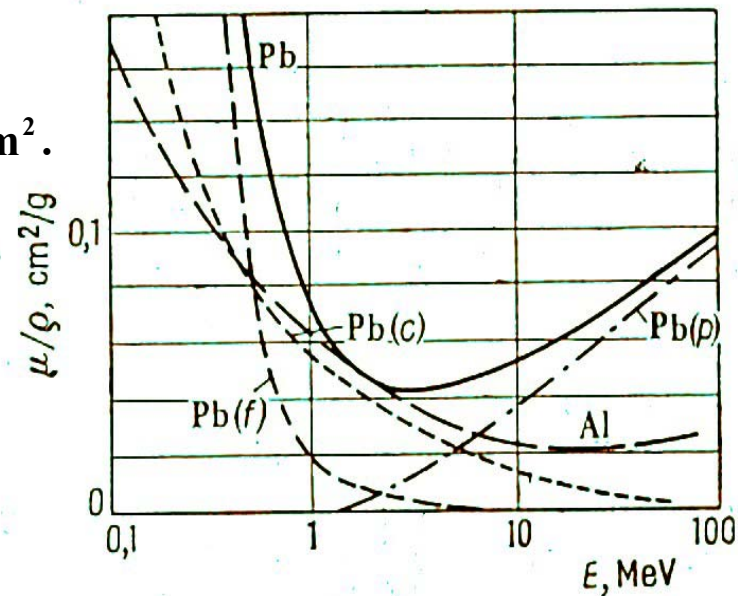
$$I = I_0 \exp\left(-\frac{\mu}{\rho}(x\rho)\right)$$

Grubość materiału wyrażamy wtedy w g/cm^2 .

p: produkcja par

f: fotoefekt

c: rozpr. Comptona



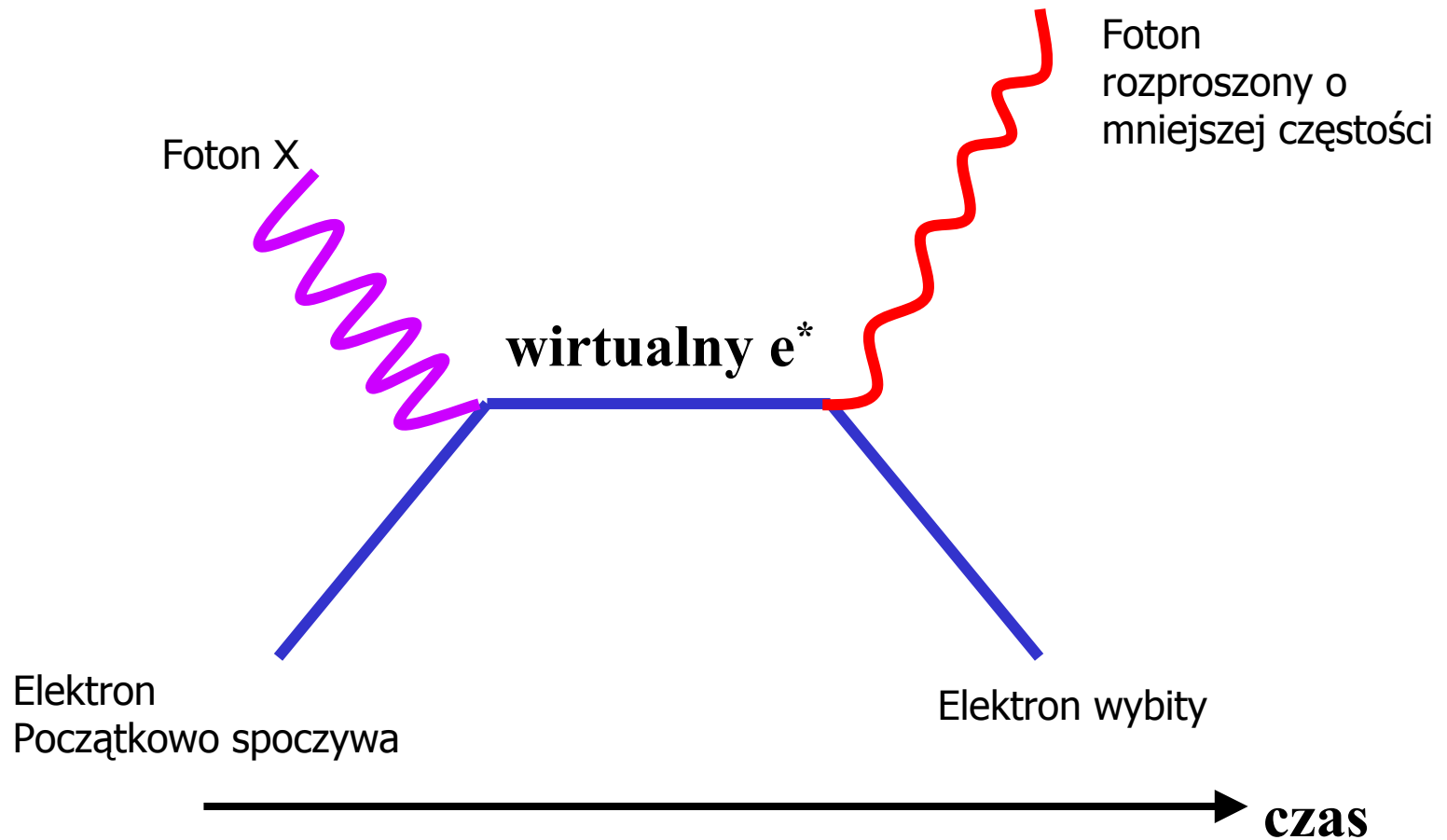
Zjawisko Comptona (1922)
A. Compton, Phys. Rev. 22, 409, (1923)

Jest to nieelastyczne (tj. ze zmianą energii)
rozpraszanie fotonów X na niemal swobodnych
elektronach atomowych.

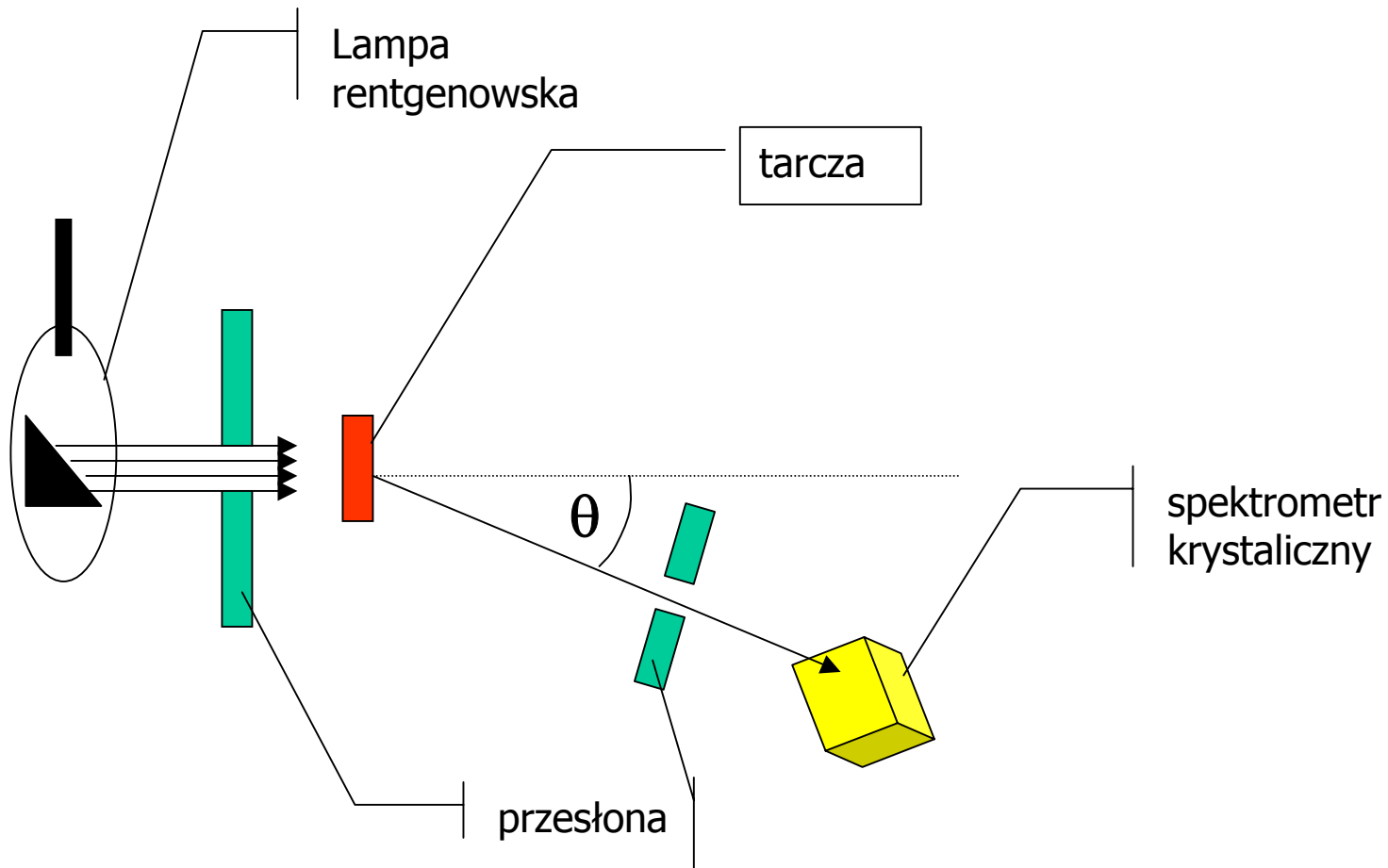
Zmiana długości fali:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda' = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \Theta)$$

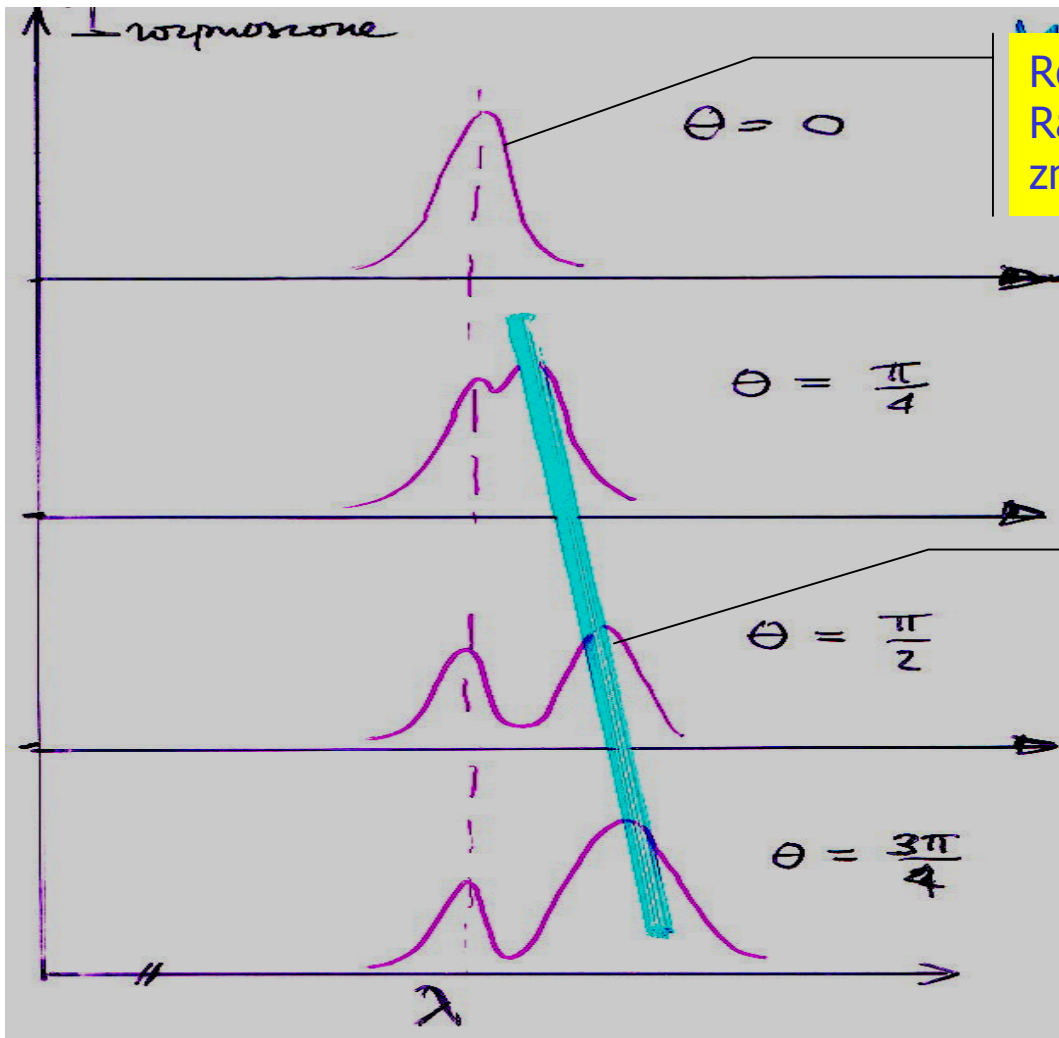
Diagram Feynmana przedstawiający proces Comptona



Układ doświadczalny Comptona



Wyniki A. Comptona



Rozproszenie
Rayleigha – bez
zmiany λ

Rozproszenie
Comptona - λ
zmienia się z kątem
rozproszenia

Wyprowadzenie wzoru Comptona

PRZED ZDERZENIEM

$$E_{\gamma} = h\nu$$

$$E_e, \vec{p}_e = 0$$

$$E = h\nu + mc^2 =$$

PO ZDERZENIU

$$E'_{\gamma'} = h\nu'$$

$$E'_e, \vec{p}'_e$$

$$E' = h\nu' + E'_e = h\nu' + m\gamma c^2$$

czyli

$$h\Delta\nu + m_e c^2 = m_e \gamma_e c^2 \quad (1)$$

podnosimy do kwadratu:

$$(h\Delta\nu)^2 + 2(h\Delta\nu)(mc^2) + (mc^2)^2 = (mc^2)^2 \gamma^2$$

$$(h\Delta\nu)^2 + 2(h\Delta\nu)(mc^2) = m^2 c^4 (\gamma^2 - 1) \quad (1')$$

składowe pędu poprzeczna i podłużna:

$$p_t = 0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \theta - m\gamma v \sin \phi \quad (2)$$

$$p_L = \frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + m\gamma v \cos \phi \quad (3)$$

Wyprowadzenie wzoru Comptona cd.

Z (2) i (3) obliczamy kwadraty sinusa i cosinusa ϕ :

$$\sin^2 \phi = \left(\frac{h\nu' \sin \theta}{m_e \gamma v c} \right)^2$$

$$\cos^2 \phi = \left(\frac{h\nu - h\nu' \cos \theta}{m \gamma v c} \right)^2$$

czyli eliminujemy kąt ϕ :

$$\begin{aligned} (m \gamma v c)^2 &= m^2 c^4 (\gamma^2 - 1) = \\ &= h^2 (\nu'^2 + \nu^2 - 2\nu\nu' \cos \theta + 2\nu\nu' - 2\nu\nu') = \\ &= h^2 ((\Delta\nu)^2 + 2\nu\nu'(1 - \cos \theta)) \end{aligned}$$

Otrzymujemy:

$$m^2 c^4 (\gamma^2 - 1) = h^2 ((\Delta\nu)^2 + 2\nu\nu'(1 - \cos \theta)) \quad (4)$$

Wyprowadzenie wzoru Comptona cd.

Porównując wzory (1') i (4) dostajemy:

$$(\hbar\Delta\nu)^2 + 2(\hbar\Delta\nu)(mc^2) = m^2c^4(\gamma^2 - 1) = \hbar^2((\Delta\nu)^2 + 2\nu\nu'(1 - \cos\theta))$$

oraz podstawiając za $\nu' = \nu - \Delta\nu$ otrzymujemy:

$$mc^2\hbar\Delta\nu = \hbar^2(\nu(\nu - \Delta\nu)(1 - \cos\theta))$$

$$\left(\frac{c\Delta\nu}{\nu(\nu - \Delta\nu)}\right) = \frac{\hbar}{mc}(1 - \cos\theta) = \left|\frac{c}{\nu} - \frac{c}{(\nu - \Delta\nu)}\right| = \Delta\lambda$$

$$\Delta\lambda = \frac{\hbar}{mc}(1 - \cos\theta)$$

Dyskusja

Zmiana długości fali w zjawisku Comptona zależy jedynie od kąta rozproszenia, **nie zależy** od energii początkowego fotonu. Skalę zmian określa komptonowska długość fali.

Maksymalna zmiana długości fali wynosi $2 \lambda_c$.

Komptonowska długość fali $\lambda_c = h/m_e c = 0.0024$ nm jest bardzo mała. Dlatego nie widać rozpraszania Comptona dla światła widzialnego o długości fal 400-700 nm.

Dyskusja cd.

Warto również zapisać wzór Comptona za pomocą energii kwantów gamma: początkowej E i końcowej E' :

$$\Delta\lambda = \frac{hc}{E'} - \frac{hc}{E} = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) = \frac{h}{mc} 2 \sin^2 \theta / 2$$

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{mc^2} 2 \sin^2 \theta / 2}$$

Przekrój czynny na zjawisko Comptona

Wzór Kleina- Nishiny (O. Klein, Y. Nishina Z. Physik **52**, 853 (1929))

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{(m c^2)^2} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \left(\frac{E'}{E} + \frac{E}{E'} - \sin^2 \theta \right)$$

$$\frac{\alpha}{m c^2} = 2.8 \times 10^{-12} \text{ cm}$$

Całkowity przekrój czynny zcałkowany po kątach ($z=\cos\theta$):

$$\sigma = \frac{\pi \alpha^2}{(m c^2)^2} \int_{-1}^1 dz \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\left[1 + \frac{E}{m c^2} (1 - z)\right]^3} + \frac{1}{\left[1 + \frac{E}{m c^2} (1 - z)\right]^2} \\ - \frac{1 - z^2}{\left[1 + \frac{E}{m c^2} (1 - z)\right]^2} \end{array} \right\}$$

Przekrój czynny cd.

W obszarze dużych energii E całkowity przekrój czynny na zjawisko Comptona wyraża się więc wzorem:

$$\sigma \cong \frac{\pi\alpha^2}{E(mc^2)^2} \left[\ln \frac{2E}{mc^2} + \frac{1}{2} + O\left(\frac{mc^2}{E} \ln \frac{E}{mc^2}\right) \right]$$