

## III.3 Emisja wymuszona. Lasery

1. Wyprowadzenie wzoru Plancka metodą Einsteina. Emisja wymuszona
2. Koherencja ciągów falowych. Laser jako źródło koherentnego promieniowania e-m
3. Zasada działania lasera. Warunki zaistnienia akcji laserowej
4. Kilka przykładów realizacji praktycznych

---

## Wyprowadzenie wzoru Plancka metodą Einsteina. Emisja wymuszona

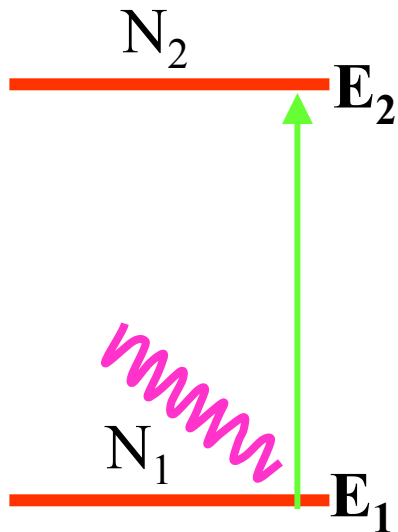
Einstein (1917) podał wyprowadzenie wzoru Plancka uwzględniające ówczasnie znane fakty dotyczące budowy atomu. Rozwazał dwupoziomowy atom w równowadze z otaczającym go promieniowaniem. Okazało się, że otrzymanie wzoru Plancka wymagało uwzględnienia trzech procesów:

1. absorpcji kwantu o energii  $E_2 - E_1$  przez elektron na poziomie  $E_1$ ,
2. Spontanicznej emisji kwantu o energii  $E_2 - E_1$  połączonej z przejściem elektronu z  $E_2$  na  $E_1$ ,
3. **EMISJI WYMUSZONEJ** przez kwant o energii  $E_2 - E_1$  - elektron spada z  $E_2$  na  $E_1$  i jednocześnie pojawia się drugi kwant o energii  $E_2 - E_1$ .

Emisja wymuszona (ang. stimulated emission) to proces wprowadzony przez Einsteina. Dzięki temu Einstein położył podstawy techniki laserowej (ang. **LASER: Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation**)

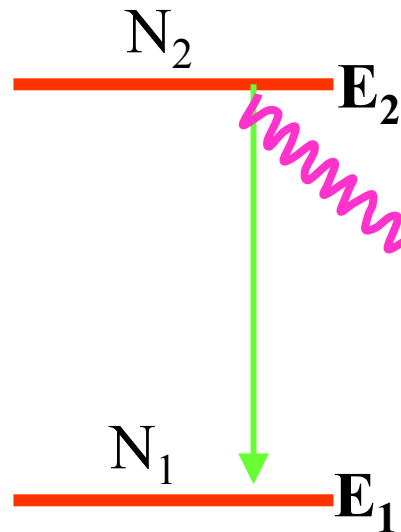
# Trzy procesy w modelu Einsteina

## Absorpcja



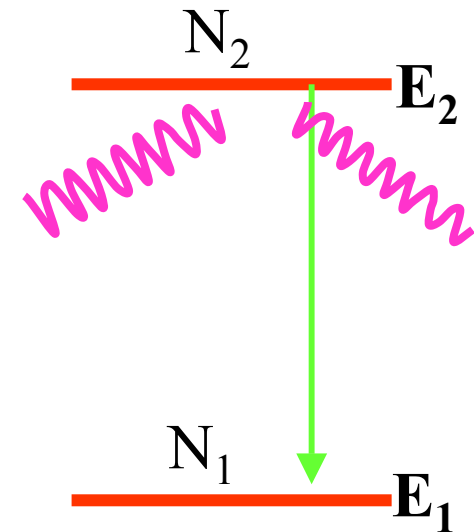
## Emisja

### spontaniczna



## Emisja

### wymuszona



## Wyprowadzenie wzoru Plancka metodą Einsteina. Emisja wymuszona

Równania różniczkowe określające  
zmianę obsadzeń poziomów 1 i 2:

$$dN_{12} = B_{12} u(\nu) N_1 dt; \quad \text{absorpcja promieniowania}$$

$$dN'_{21} = A_{21} N_2 dt; \quad \text{emisja spontaniczna}$$

$$dN''_{21} = B_{21} u(\nu) N_2 dt; \quad \text{emisja wymuszona}$$

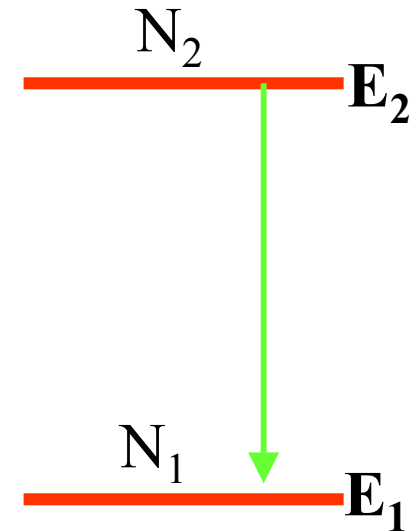
warunek równowagi:

$$dN_{12} = dN'_{21} + dN''_{21}$$

$$B_{12} u(\nu) N_1 = A_{21} N_2 + B_{21} N_2 u(\nu)$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{A_{21} + B_{21} u(\nu)}{B_{12} u} = \frac{\exp(-E_1 / kT)}{\exp(-E_2 / kT)}$$

dwupoziomowy  
model atomu użyty  
przez Einsteina



## Wyprowadzenie wzoru Plancka metodą Einsteina. Emisja wymuszona

Czyli

$$B_{12} u(\nu) e^{(-E_1/kT)} = (A_{21} + B_{21} u(\nu)) e^{(-E_2/kT)}$$

$$\left( B_{12} e^{(-E_1/kT)} - B_{21} e^{(-E_2/kT)} \right) u(\nu) = A_{21} e^{(-E_1/kT)} \quad \left| \times e^{E_2/kT} \right|$$

$$(B_{12} e^{h\nu/kT} - B_{21}) u(\nu) = A_{21}$$

$$u(\nu, T) = \frac{A_{21}}{B_{12} e^{h\nu/kT} - B_{21}}$$

Pozostaje wyznaczenie współczynników Einsteina  $A_{21}$ ,  $B_{12}$ ,  $B_{21}$ .

## Wyprowadzenie wzoru Plancka metodą Einsteina. Emisja wymuszona

1.  $B_{12}=B_{21}$  z niezmienniczości względem odbicia w czasie.
2. Dla  $h\nu \ll kT$  powinno być prawdziwe prawo Rayleigha-Jeansa:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} = \frac{A_{21}}{B_{12} (e^{h\nu/kT} - 1)} = \frac{A_{21}}{B_{12}} \frac{kT}{h\nu}$$

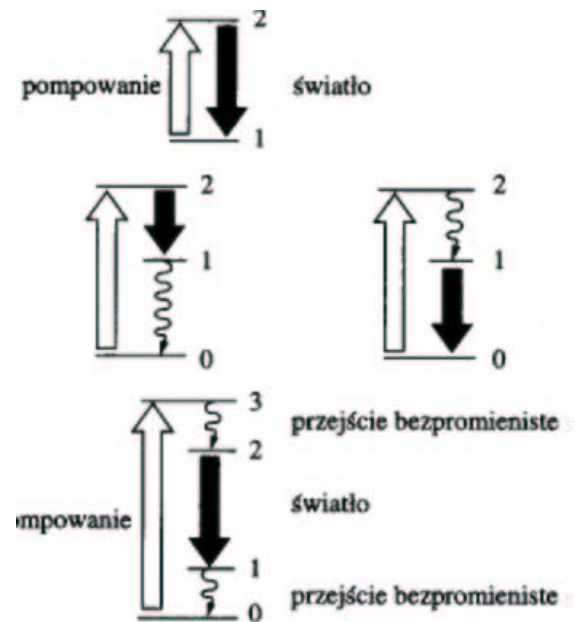
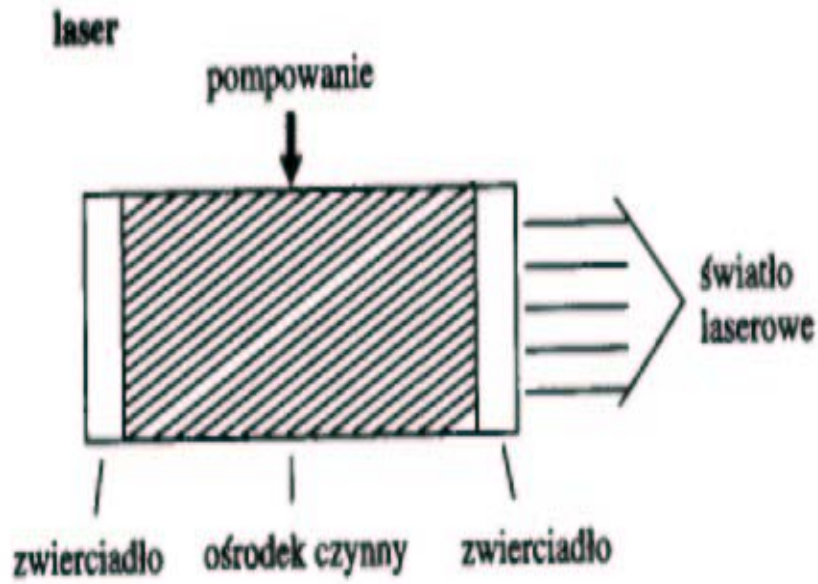
co daje nam prawo Kirchhoffa:

$$\frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{8\pi\nu^3 h}{c^3}$$

oraz wzór Plancka:

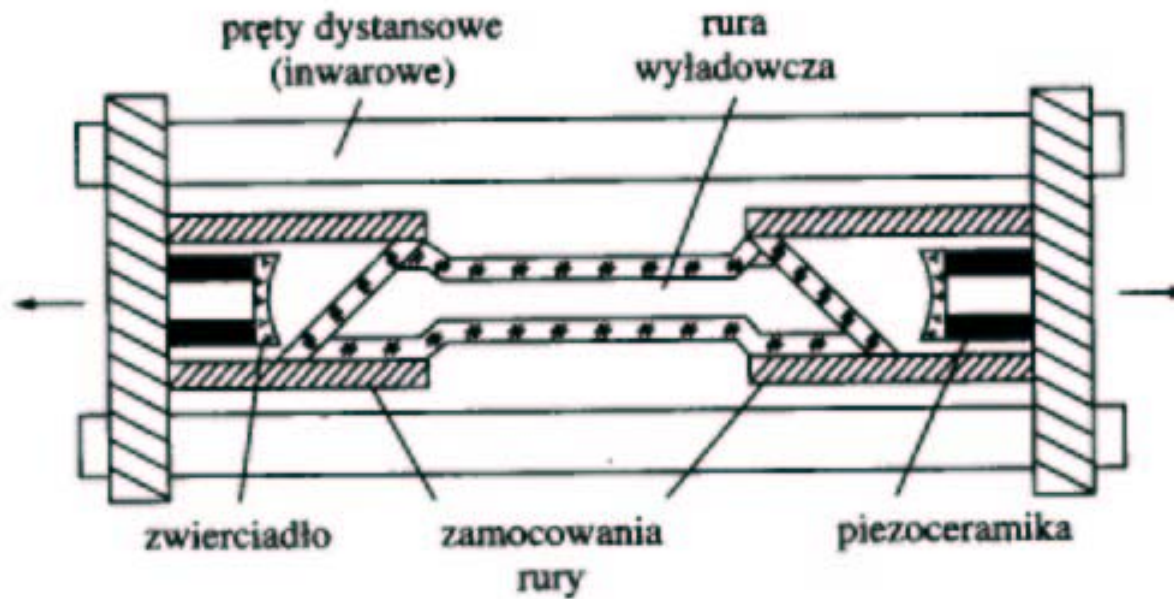
$$u(\nu, T)d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{d\nu}{(e^{h\nu/kT} - 1)}$$

# Zasada działania lasera



# Przykładowa konstrukcja lasera

## Laser He-Ne





## Warunki akcji laserowej

Oznaczmy:

$n$ -liczba fotonów poruszających się wzdłuż osi lasera,  $V$ -obj. rezonatora

$t_0$ -czas życia fotonu w laserze,

$N_2$ - liczba atomów w stanie wzbudzonym,  $\tau$ - jego czas życia

$N_1$ - liczba atomów w stanie podstawowym

$W$ - prawdopodobieństwo emisji wymuszonej na jednostkę czasu

Równanie bilansu:

$$\frac{dn}{dt} = W(N_2 - N_1)n + WN_2 - \frac{n}{t_0}$$

oraz

$$W = \frac{1}{VD(\nu)\Delta\nu\tau} \quad \text{gdzie } D(\nu)\Delta\nu - \text{liczba fal stojących w przedziale częstości } \Delta\nu$$

$$D(\nu)\Delta\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

## Warunki akcji laserowej cd.

Warunkiem akcji laserowej jest to, żeby szybkość generacji fotonów  $dn/dt$  była większa od zera. W wyrażeniu na  $dn/dt$  możemy pominąć człon związany z emisją spontaniczną, gdyż nie jest on proporcjonalny do  $n$  oraz nie jest skorelowany z promieniowaniem laserowym (prowadzi on do szumów). Dostajemy warunek konieczny rozpoczęcia akcji laserowej: inwersję liczby obsadzeń:

$$\frac{N_2 - N_1}{V} > \frac{8\pi\nu^2 \Delta\nu\tau}{c^3 t_0}$$

## Warunki akcji laserowej cd.

Im mniejsza jest prawa strona nierówności tym łatwiej uzyskać akcję laserową:

- Linia atomowa 2 powinna być jak najwęższa, zmniejsza to moc wymaganą do pompowania,
- Nierówność jest trudniej spełnić dla dużych częstości,
- Czas życia fotonów  $t_0$  powinien być jak najdłuższy; wymagane są np. jak najdoskonalsze lustra. Łatwo pokazać, że szybkość opuszczania laser przez fotony to mniej więcej  $1/t_0$ :

$$\frac{1}{t_0} = \frac{c}{L} (1 - R)$$

gdzie  $L$ - długość rezonatora,  $R$ - współczynnik odbicia zwierciadła.

Pełne rozwiązanie dla akcji laserowej wymaga dodania równań opisujących obsadzenia poziomów w czasie (schemat pompowania).

## Warunki akcji laserowej cd.

Warunki pracy ciągłej lasera (abstrahując od schematu pompowania optycznego) dają nam ograniczenia na progowe obsadzenie poziomu wzbudzonego:

$$\frac{dn}{dt} = 0 \quad \text{oraz} \quad \frac{dN_2}{dt} = 0 \quad \text{co daje nam} \quad N_{2,pr} = \frac{1}{Wt_0}$$

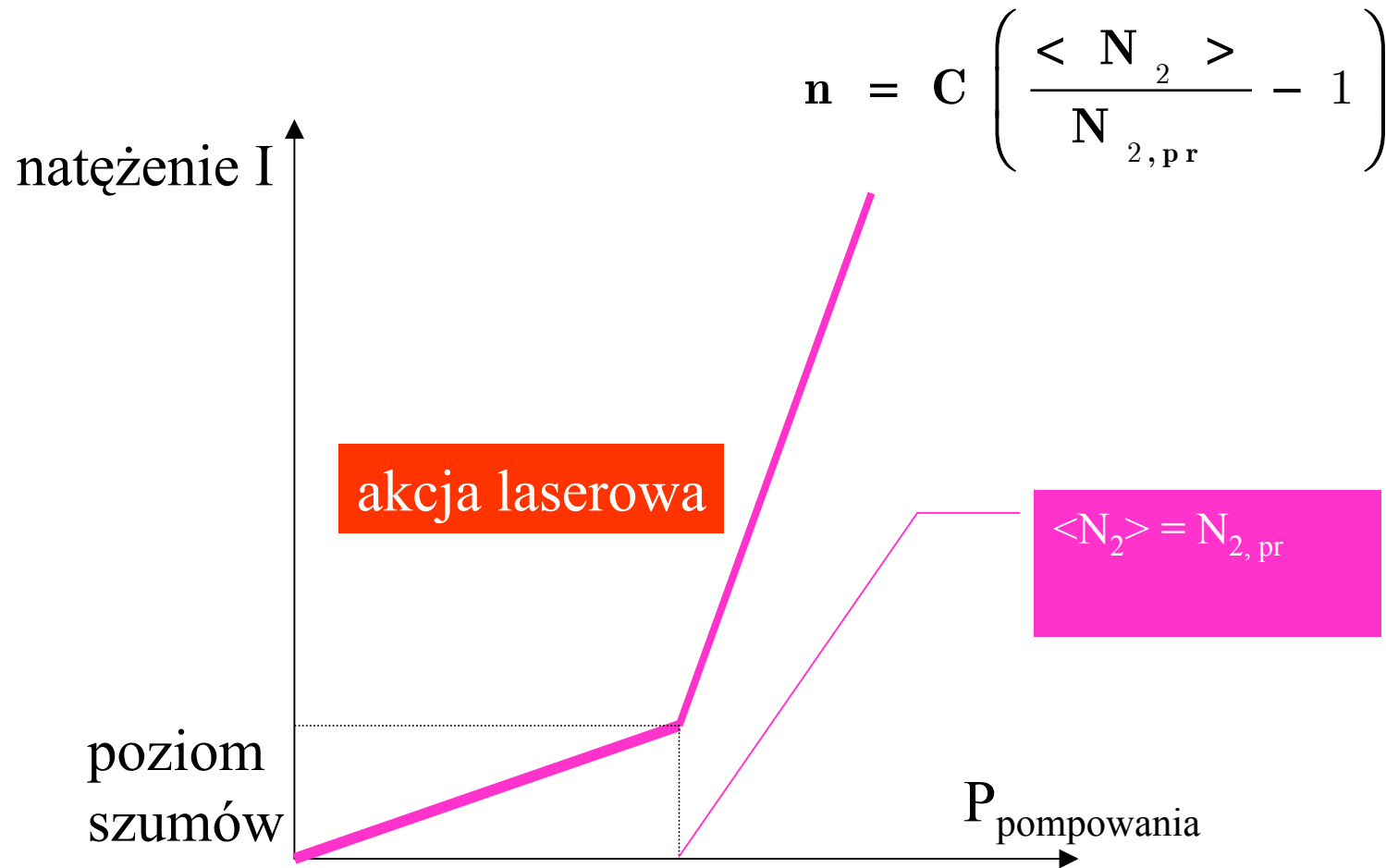
oraz warunek na liczbę fotonów:

$$n = C \left( \frac{\langle N_2 \rangle}{N_{2,pr}} - 1 \right)$$

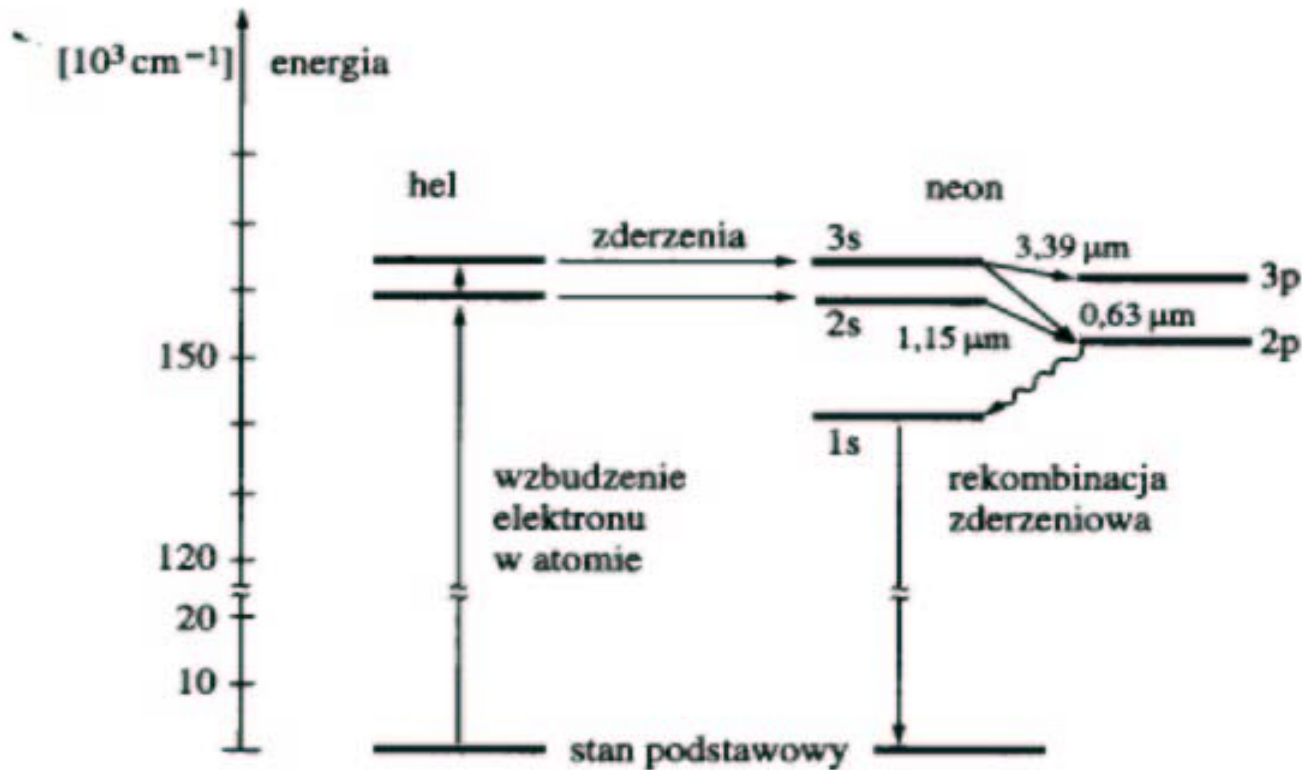
Współczynnik  $C$  zależy od detali schematu pompowania optycznego.

Z w/w wzoru wynika, że akcja laserowa nie może być rozpoczęta dopóki nie zostanie osiągnięta krytyczna wartość średniej liczby obsadzeń poziomu wzbudzonego 2. Poniżej  $\langle N_2 \rangle = N_{2,pr}$  światło laserowe nie jest emitowane. Powyżej, natężenie światła laserowego wzrasta liniowo z  $\langle N_2 \rangle$ , a więc z mocą pompowania.

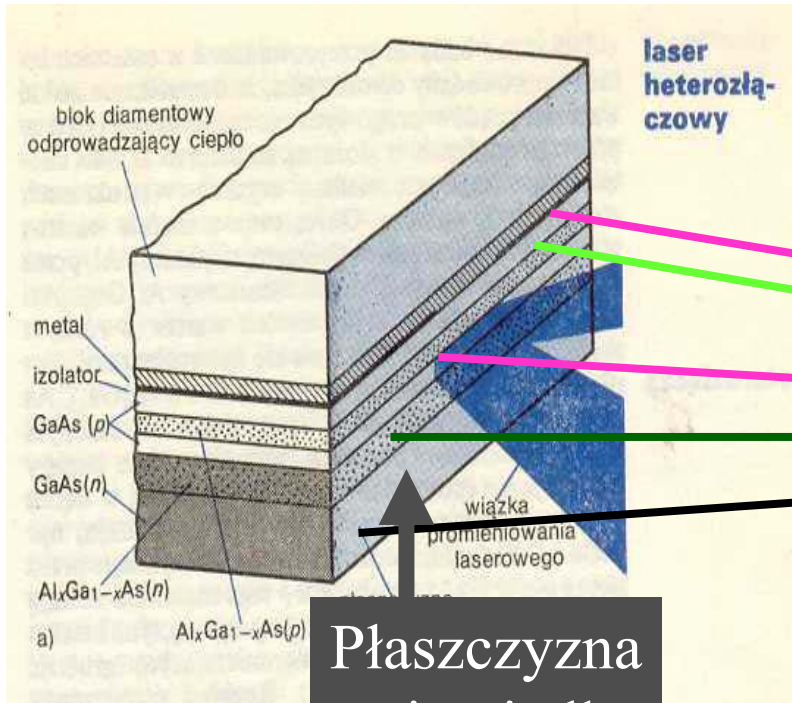
## Warunki akcji laserowej cd.



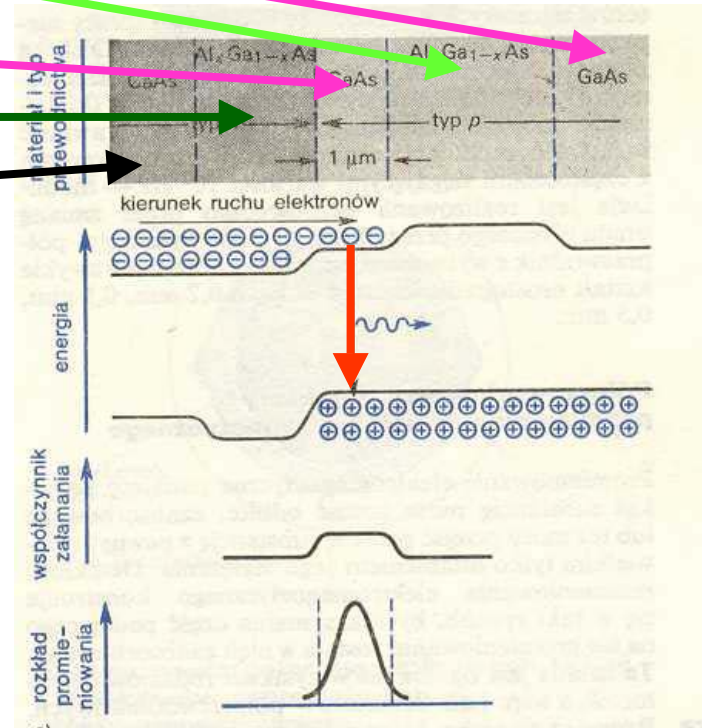
# Poziomy i przekazywanie energii w laserze helowo-neonowym



# Laser półprzewodnikowy heterozłączowy



**Płaszczyzna zwierciadła**



## Lasery cząsteczkowe

**Lasery CO<sub>2</sub>:** wypełnione mieszaniną CO<sub>2</sub> i azotu.

Azot wykorzystywany jest do pompowania optycznego i wzbudzania pasm oscylacyjno-rotacyjnych w cząsteczkach CO<sub>2</sub>. Występuje ok. 100 dyskretnych częstości laserowych o długościach fal ok. 10.6 μm.

**Lasery barwnikowe:** są to lasery, których substancją czynną są roztwory barwników organicznych.

Podstawową zaletą jest przestrajalność: częstość pracy tych laserów można w pewnych granicach zmieniać.

**Masery (M- microwave):** pierwszy historycznie laser (1955) oparty o drgania inwersyjne cząsteczki NH<sub>3</sub>.

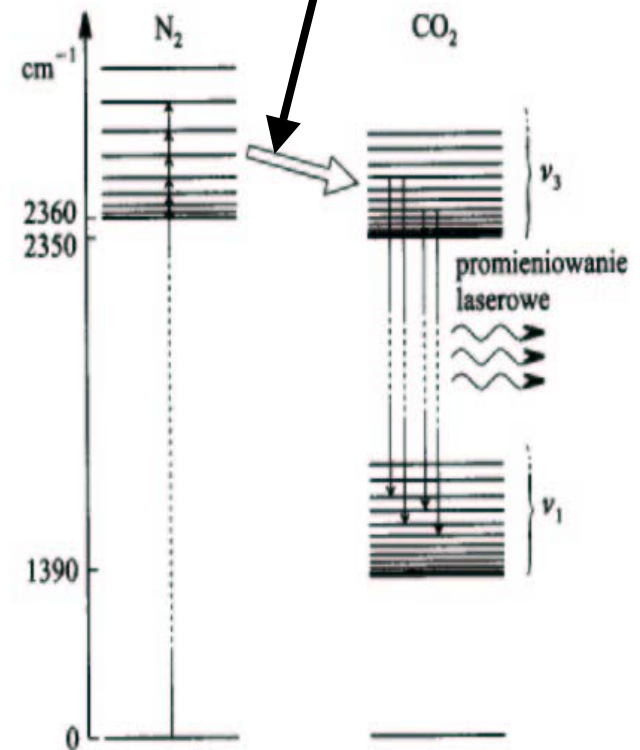


## Laser CO<sub>2</sub>

Pompowanie optyczne w rurze wyładowczej wykorzystuje oscylacyjno-rotacyjne poziomy N<sub>2</sub>. Cząsteczki N<sub>2</sub> przekazują energię bezpromieniście cząsteczkom CO<sub>2</sub>, wzbudzonych wibracyjnie w drgania asymetryczne. Możliwa jest emisja wymuszona do niższych poziomów drgań symetrycznych ze spełnieniem reguły wyboru  $\Delta J = \pm 1$  w obszarze liczb falowych ok.. 1000 cm<sup>-1</sup>.

W laserze CO<sub>2</sub> stosunkowo łatwo wytwarza się duże gęstości energii promieniowania.

Bezpromieniste wzbudzenie cząsteczek CO<sub>2</sub> (rezonans)



## Laser barwnikowy

Cząsteczki barwnika organicznego są pompowane optycznie ze stanu podstawowego  $S_0$  do wysokich stanów wzbudzonych wibronowych  $S_1$ , które w roztworze tworzą prawie ciągłe pasmo. Następuje szereg przejść bezpromienistych do najniższych stanów wibronowych  $S_1$ , po czym może nastąpić akcja laserowa do niemal ciągłego pasma stanów  $S_0$ . Zakres widmowy akcji laserowej może obejmować kilka tysięcy  $\text{cm}^{-1}$ .

Częstość przejścia laserowego wybiiera się za pomocą strojenia długości promienia optycznego.

