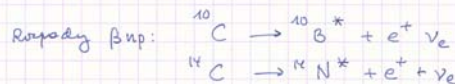


# Oddziaływania jądrowe małe. Teoria Fermiego i teoria V-A



jeden z (neutronów) spada się  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$   
protonów z jądra  $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$

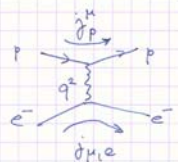
! dla odrębnych protonów nie jest to energetycznie możliwe

Fermi (1932) wykiłił rozpad  $\beta$  przez analogię do procesów e-u:

$$\mathcal{M} = (c \bar{u}_p \gamma^\mu u_p) \left( \frac{-1}{q^2} \right) (-e \bar{u}_e \gamma_\mu u_e) =$$

up. ep  $\rightarrow$  ep

med  $\hat{j}_p^\mu$  propagator fotonu med  $\hat{j}_e, \mu$



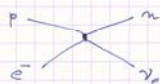
Fermi

$$\mathcal{M} = G_F (\bar{u}_n \gamma^\mu u_p) (\bar{u}_e \gamma_\mu u_e)$$

$\Delta Q = -1$   $\Delta Q = +1$

pradziq natadowane  
brak propagatora

Staby proces  $\mu^+ e^- \rightarrow n \bar{\nu}_e$



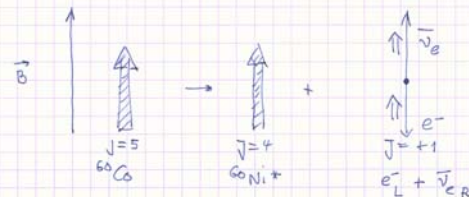
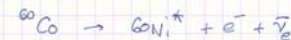
1956 tamamił pangfosa (Lee + Yang)

$$\gamma^\mu \rightarrow \gamma^\mu (1 - \gamma^5)$$

Wiele lat poimicono na nieziktane poprawnej postaci oddz. Fermiego

1958-60 Gel'mann i Feynmann  
teoria V-A

1956 Poświadcone Wu



elektrony emitowane są chłonej w kierunku przeciwnym do spinu jądra  $^{60}\text{Co}$

Wymagany stan  $(e^- \bar{\nu}_e)$  o  $J=1$  jest utwórny przez prawosłowne  $(\bar{\nu}_e)_R$  i lewosłowny  $(e^-)_L$

$\Rightarrow$  struktura słabego prądu elektronowego:

$$\bar{u}_e \gamma^\mu \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) u_\nu$$

wybrał  $\gamma_L$  (albo  $\bar{\gamma}_R$ )

$\Rightarrow$  Uniwersalności V-A:

$$\mathcal{M}(p \rightarrow n e^+ \bar{\nu}_e) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}_n \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_p] [\bar{u}_e \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u_e]$$

$$\mathcal{M}(\bar{\mu} \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_\mu] [\bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u_e]$$

Stabe amplitudy w teorii V-A:

$$\mathcal{M} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} j^\mu j_\mu$$

Pokazanie

$$\bar{u}_e \gamma^\mu \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) u_\nu = \left( \bar{u}_\nu \gamma^\mu \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) u_e \right)^\dagger$$

(3)

Stała Fermiego z przypadku  $^{14}\text{O} \rightarrow ^{14}\text{N}^* + e^+ + \nu_e$ 

$$T_{fi} = -i \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \int d^4x \bar{\psi}_\mu^{(N)} \gamma_\mu^+ \psi_e^+ = \text{ma czołową A!}$$

$$= -i \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \int [\bar{\psi}_N \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} \psi_p] [\bar{\psi}_\nu \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} \psi_e] d^4x =$$

$$= -i (2\pi)^4 \delta^4(p_p - p_n - p_e - p_\nu) \mathcal{M}$$

1. Ruch nukleonów w jądre nie wpłynie na obliczenie  $\mathcal{M}$ 

- oddziaływanie F. ma punktowe i nie są one na efekty dźwigniowe

- wektorowa część prądu słabego jest zachowana (CVC)

2. Mamy zastosować przybliżenie nierelatywistyczne bo energia wyprowadzona jest mała, ok  $2\text{MeV} \ll m_p \sim m_n$ 

Nierelatywistyczne spinory dla nukleonu:

$$T_{fi} = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}(p_p) \gamma^0 (1-\gamma_5) v(p_e)] \int \underbrace{\psi_N^+(x) \psi_p(x) e^{-i(p_p+p_e) \cdot x}}_{\substack{\text{długość fali} \approx 1/\nu \sim 10^{-18} \text{ m} \\ > 10^{-15} \text{ m}}} d^4x$$

↓

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}(p_p) \gamma^0 (1-\gamma_5) v(p_e) 2m_N \underbrace{\left(2\sqrt{\frac{1}{2}}\right)}_{\text{czynniki normalizacji}}$$

$$d\Gamma = G_F^2 \sum_{\text{spinach}} (2\pi)^4 |u(p_p) \gamma^0 (1-\gamma_5) v(p_e)|^2 \frac{d^3 p_e}{(2\pi)^3 2E_e} \frac{d^3 p_\nu}{(2\pi)^3 2E_\nu} \delta(E_0 - E_e - E_\nu)$$

$$\sum_{\text{spin}} |\bar{u} \gamma^0 (1-\gamma_5) u|^2 = \sum (\bar{u} \gamma^0 (1-\gamma_5) v) (\bar{v} \gamma_0 (1+\gamma_5) u) =$$

$$= \text{Tr} \{ \not{p}_\nu \gamma^0 (1-\gamma_5) \not{p}_e (1+\gamma_5) \gamma^0 \} =$$

$$= 2 \text{Tr} \{ \not{p}_\nu \gamma^0 \not{p}_e (1+\gamma_5) \gamma^0 \} = 8 (E_e E_\nu + \vec{p}_e \cdot \vec{p}_\nu) =$$

$$= 8 E_e E_\nu (1 + \underbrace{v_e \cos \theta}_{\text{produkt } e^+ \approx 1})$$

(4)

$$d\Gamma = \frac{2G_F^2}{(2\pi)^5} (1 + \cos \theta) \underbrace{\left(2\pi d\cos \theta_e \cdot p_e^2 dp_e\right)}_{d^3 p_e} \underbrace{\left(4\pi E_\nu^2 dE_\nu\right)}_{d^3 p_\nu} \delta(E_0 - E_e - E_\nu)$$

$$\frac{d\Gamma}{dp_e} = \frac{4G_F^2}{(2\pi)^3} p_e^2 (E_0 - E_e)^2 \int d\cos \theta_e (1 + \cos \theta)$$

$$= \frac{G_F^2}{\pi^3} p_e^2 (E_0 - E_e)^2$$

$$\frac{1}{p_e} \sqrt{\frac{d\Gamma}{dp_e}} = \frac{G_F}{\pi^3 m_N} (E_0 - E_e) \quad \text{plot Kurze}$$

Po zatkowaniu po  $dp_e$  dostajemy zakres między czasem życia i stałą Fermiego:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} = \frac{G_F^2 E_0^5}{30 \pi^3}$$

$$\text{Dla } ^{14}\text{O} \rightarrow ^{14}\text{N} e^+ \nu_e \quad E_0 = 1.81 \text{ MeV}$$

$$T_{1/2} = \tau \ln 2 = 71 \text{ sec}$$

$$G_F \approx 10^{-5} / m_N^2$$

Rozpad mionu

(5)

$$\mu^-(p) \rightarrow e^-(p') + \bar{\nu}_e(k') + \gamma_\mu(k)$$

$$M = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ \bar{u}(k') \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u(p) \right] \left[ \bar{u}(p') \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v(k) \right]$$

med  $\mu$                       med  $e$

$$d\Gamma = \frac{1}{2E} |M|^2 dQIPS$$

$$dQIPS = \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E'} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2\omega} \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3 2\omega'} (2\pi)^4 \delta_4(p - p' - k - k')$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3 p'}{2E'} \frac{d^3 k'}{2\omega'} \mathcal{V}^4(E - E' - \omega') \delta((p - p' - k')^2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p^0 = E \\ k^0 = \omega \\ \int \frac{d^3 k}{2\omega} = \int d_4 k \Theta(k_0) \delta(k^2) \end{array} \right.$$

W układzie spoczynkowym mionu

$$d\Gamma = \frac{G_F^2}{2m\pi^5} \frac{d^3 p'}{2E'} \frac{d^3 k'}{2\omega'} m\omega' (m^2 - 2m\omega') \times$$

$$\times \delta(m^2 - 2mE' - 2m\omega' + 2E'\omega'(1 - \cos\theta))$$

$$\frac{d\Gamma}{dE'} = \frac{m G_F^2}{2\pi^3} \int_{\frac{1}{2}m-E'}^{\frac{1}{2}m} d\omega' \omega' (m - 2\omega') = \frac{G_F^2}{12\pi^3} m^2 E'^2 \left( 3 - \frac{4E'}{m} \right)$$

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} = \int_0^{\frac{m}{2}} dE' \frac{d\Gamma}{dE'} = \frac{G_F^2 m^5}{192\pi^3} \quad \tau \approx 2.2 \times 10^{-6} \text{ s.}$$

$$(G_F)_\beta = (1.136 \pm 0.003) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

$$(G_F)_\mu = (1.16632 \pm 0.00002) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$



