

II.3 Cechowanie w Mechanice Kwantowej i QED. Model Standardowy jako teoria z cechowaniem

TEORIA FERMIEGO

poprzez analogię z QED

$$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$$

$$M \sim \langle p | J_\mu | n \rangle \langle e^- \bar{\nu}_e | J^\mu | 0 \rangle \sim G_F$$

$1.4 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$

↪ G_F

↑
można zaniedbać
zależności od $(\vec{p}_i, E_i)$

$$J_\mu = (J_\mu)_{\text{leptonowy}} + (J_\mu)_{\text{hadronowy}}$$

$$\text{mp} \quad \mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$$

$$\text{np} \quad \Lambda^0 \rightarrow p \pi^-$$

UNIWERSALNOŚĆ - wszystkie te słabe procesy zachodzą z tą samą stałą sprzężenia G

ALB w QED nośnikiem jest foton $\left\{ \begin{array}{l} \pi = \infty \end{array} \right.$

Oddz. słabe = BOZON(Y) POŚREDNIE $W^\pm$

$$M = J_\mu \left[i \frac{-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{M_W^2}}{q^2 - M_W^2} \right] J_\nu$$

$g \sim e$

$G = \frac{g^2}{M_W^2}$

$$M_W \sim e/\sqrt{g} \sim 80 \text{ GeV}$$

ODDZIAŁYWANIA SŁABE ŁAMIĄ PARZYSTOŚĆ

Dóśw. WU (1957) - hipoteza TD Lee, N Yang'a

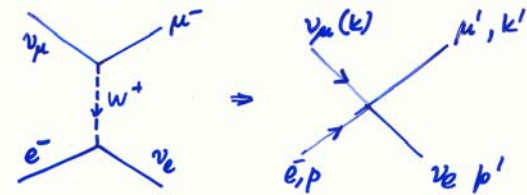
$$\rightarrow j^\mu = V^\mu - A^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi - \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma^5 \psi$$

$\rightarrow \nu$ są lewoskrętne

$\bar{\nu}$ są prawoskrętne

$$\langle e^- | J_\mu | \nu_e \rangle = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}(e) \gamma_\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} u(\nu_e)$$

Np dla $\nu_\mu e^- \rightarrow \mu^- \nu_e$



$$M = \frac{g^2}{2} \bar{u}(\mu) \gamma_\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} u(\nu_\mu) \frac{-g^{\mu\nu} + q^\mu q^\nu / M^2}{q^2 - M^2} \bar{u}(\nu_e) \gamma_\nu \frac{(1-\gamma^5)}{2} u(e)$$

$$\sim \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}(\mu) \gamma_\mu (1-\gamma^5) u(\nu_\mu) \bar{u}(\nu_e) \gamma_\nu (1-\gamma^5) u(e)$$

$$G_F / \sqrt{2} = g^2 / 8 M^2$$

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{G_F^2}{\pi}$$

$$q^2 = -2p^2(1-\cos\theta)$$

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{4G_F^2}{\pi} p^2 \approx \frac{2G_F^2}{\pi} m_e E$$

Łamanie unitarności w teorii Fermiego

ŁAMANIE UNITARNOŚCI W TEORII FERMIEGO

$$\text{np } \bar{\nu}_\mu \mu^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-$$



$$A \sim G_F E^2 (1 + \cos \Theta)$$

$$\sigma \propto G_F^2 E^2$$

Analiza fal porygalnych (dla cząstek niespinalnych)

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum (2J+1) |f_J|^2$$

$$\Rightarrow \sigma_J \leq \frac{4\pi}{k^2} (2J+1) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 0$$

Spójność! Teoria Fermiego łamie unitarność

DOKŁADNIE należy przeprowadzić tę analizę uwzględniając spin:

$$f_{J=0}^{\text{eff}} \sim G_F E^2 \Rightarrow \text{Dla } E > \sqrt{G_F} \sim 300 \text{ GeV}$$

UNITARNOŚĆ JEST ZŁAMANA

DLACZEGO T.F. ŁAMIE UNITARNOŚĆ?

$$G_F = 1.16 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \quad [M]^{-2}$$

$$[\sigma] = [L^2] = [M]^{-2}$$

$$\sigma \propto G_F^2 E^2 \quad [M]^{-4}$$

DLA DUŻYCH ENERGII $\bar{\nu}_\mu \mu^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-$

JEDYNYM NIEMIENNIKIEM LORENTZOWSKIEM JEST E_{CM}^2

$$\sigma \approx G_F^2 E^2 \xrightarrow{E_{\text{CM}} \rightarrow \infty} \infty$$

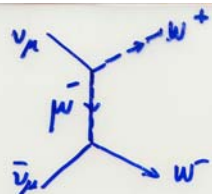
QED $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ $\sigma = \frac{4\pi \alpha^2}{3 E_{\text{CM}}^2} \xrightarrow{E_{\text{CM}} \rightarrow \infty} 0$

$$\text{bo } [\alpha] = [1]$$

CZY TEORIA IVB JEST POD TYM

WZGLĘDEM LEPSZA? $G_F = g^2/M_W^2$

Amplitudy w przybliżeniu BORKA łamią unitarność



$$\frac{dG}{d\Omega} = G_F^2 E^2 \frac{\sin^2 \theta}{8\pi^2}$$

$$E > \sqrt{\frac{6\pi}{G_F}} \sim 10^3 \text{ GeV} !$$

POWODEM JEST PODŁOŻNA POLARYZACJA $W^\pm$
(nie ma jej w QED)

$$\frac{g^{\mu\nu} + \cancel{q}^\mu \cancel{q}^\nu / M^2}{q^2 - M^2} \rightarrow \frac{g^2}{M^2} = G_F !$$

WNIOSEK 1.

T. FERMIEGO } - łamią unitarność
Teoria IVB } (w przybliżeniu Born'a)

NIE MOGĄ BYĆ DOBRZYMI KANDYDATKAMI
NA TEORIĘ ODDZ. SŁABYCH

QED - teoria renormalizowalna
 $j_{\text{EM}}^\mu = [e^0 + \log \frac{\Lambda^2}{m_e^2} + K(q^2) + \dots] j_{\text{EM}}^\mu \text{ BARE}$
TEORIA FERMIEGO TEORIA IVB

Obie teorie są:

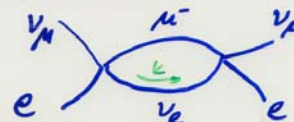
- 1) nierenormalizowalne
- 2) łamią unitarność

$$j_w^\mu = [g^2 + \log \frac{\Lambda^2}{m_e^2} + \Lambda^2 + \dots] j_w^\mu \text{ BARE}$$

DLACZEGO?

np

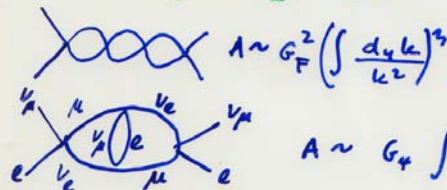
$$\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$$



$$A \sim O(G_F^2)$$

zachowanie dla dużych k

$$I = G_F^2 \int d_4 k \frac{1}{k^2} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 0$$



$$A \sim G_F^2 \int \frac{d_4 k_1 d_4 k_2 d_4 k_3}{(k^2)^2}$$

W T. FERMIEGO
NIEMOŻLIWE W
1. SZYBKO RZĘDZIE

Recepta na renormalizowalność i unitarność teorii

Należy:

- Zbudować teorię, w której oddziaływania wprowadzone są poprzez żądanie niezmienniczości względem cechowania (jak QED) ale z nieabelową grupą cechowania,
- Masy bozonów oddziaływań słabych wprowadzić poprzez spontaniczne łamanie symetrii (np. poprzez mechanizm Higgsa). Masy pojawiają się poprzez oddziaływanie pól cechowania z polami Higgsa.

Niezmienność cechowania

ZATÓŻMY ZE TEORIA JEST
NIEZMIENNICZA WZGL. TR. CECHOWANIA

$$\psi'(\vec{x}, t) = e^{iq\chi(\vec{x}, t)} \psi(\vec{x}, t)$$

↓

TAKĄ WŁASNOŚĆ MA TYLKO TEORIA Z POLAMI
ODDZIAŁYUJĄCYMI TAKIMI ZE $A_\mu' = A_\mu - \partial_\mu \chi$

NIEZMIENNICZOŚĆ CECHOWANIA
WYZNACZA ODDZIAŁYWANIE

NIEZMIENNICZOŚĆ WZGLĘDEM CECHOWANIA

$$\nabla \cdot \vec{E} = \rho$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \vec{j} + \partial \vec{E} / \partial t$$

$$A_\mu = (V, \vec{A})$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

$$\vec{E} = -\nabla V - \partial \vec{A} / \partial t$$

↓

tr. cechowania

$$A_\mu' = A_\mu - \partial_\mu \chi$$

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \nabla \chi$$

$$V \rightarrow V' = V - \partial \chi / \partial t$$

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$$

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu$$

"r. ruchu" dla potencjału

$$\square A^\mu - \partial^\mu (\partial_\nu A^\nu) = j^\mu \quad (*)$$

Jeżeli $[\partial_\mu A^\mu = 0]$ to (*) staje się

$$\square A^\mu = j^\mu$$

rownania się
separują

Niezmienność cechowania cd.

NIEREL. MECHANIKA KWANTOWA

$$H = \frac{(\vec{p} - q\vec{A})^2}{2m} + qV$$

$$\downarrow$$

$$\left[\frac{1}{2m} (-i\vec{\nabla} - q\vec{A})^2 + qV \right] \psi(\vec{x}, t) = i \frac{\partial \psi(\vec{x}, t)}{\partial t}$$

$$\vec{D} = \vec{\nabla} - iq\vec{A}$$

$$D^0 = \partial/\partial t + iqV$$

$$\frac{(-i\vec{D})^2}{2m} \psi(\vec{x}, t) = i D^0 \psi(\vec{x}, t)$$

$$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla \chi$$

$$V' = V - \partial \chi / \partial t$$

$$\psi'(\vec{x}, t) = e^{+iq\chi(\vec{x}, t)} \psi(\vec{x}, t)$$

NIEZMIENNICZE

RELATYWISTYCZNA MECH. KWANTOWA

$$D^\mu = \partial^\mu + iqA^\mu$$

• K-G

$$[D^\mu D_\mu + m^2] \psi = 0$$

• DIRAC

$$[i\gamma_\mu D^\mu - m] \psi = 0$$

TRANSF. CEBHOWANIA ZWIĄZANE SĄ Z ZACHOWANIEM ŁADUNKU

$$A^\mu : A'^\mu = A^\mu - \partial^\mu \chi(x)$$

$$\downarrow$$

$$F^{\mu\nu}$$

$$\downarrow$$

NIEZM. LORENZOWSKA

$$\downarrow$$

• ruchu

$$\square A^\nu - \partial^\nu (\partial_\mu A^\mu) = j^\nu$$

Przypomnienie: formalizm Lagrange'a i Hamiltona

Formalizm Lagrange'a w QFT S. Weinberg, TPK, I, rozdz. 7

Zmienne kanoniczne:

$$q(\vec{x}, t) = \phi(\vec{x}, t) \quad p(\vec{x}, t) = \dot{\phi}(\vec{x}, t)$$

lub $\phi = (\phi, t i \phi) / \sqrt{2} \Rightarrow$

w domenie Heisenberga

$$Q^n(x, t) = e^{iHt} q^n(x, 0) e^{-iHt}$$

$$P_n(x, t) = e^{iHt} p_n(x, 0) e^{-iHt} \quad H\text{-pierz hamiltonian}$$

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial \psi^\ell / \partial x^\mu)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi^\ell} = 0$$

$$L[\psi(t), \dot{\psi}(t)] = \int d^3x \mathcal{L}(\psi(\vec{x}, t), \nabla \psi(\vec{x}, t), \dot{\psi}(\vec{x}, t))$$

$$S[\Psi] = \int \underbrace{d^3x dt}_{d^4x} \mathcal{L}(\psi(x), \partial \psi(x) / \partial x^\mu)$$

$$\delta L = \int d^3x \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi^\ell} \delta \psi^\ell + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\nabla \psi^\ell)} \nabla \delta \psi^\ell + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}^\ell} \delta \dot{\psi}^\ell \right) =$$

$$= \int d^3x \left\{ \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi^\ell} - \nabla \cdot \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\nabla \psi^\ell)} \right] \delta \psi^\ell + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}^\ell} \delta \dot{\psi}^\ell \right\} = 0$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \psi^\ell} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi^\ell} - \nabla \cdot \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \nabla \psi^\ell} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}^\ell} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi^\ell} - \nabla \cdot \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \nabla \psi^\ell} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}^\ell} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi^\ell} = \Pi_\ell \end{array} \right.$$

$$\Pi_\ell(\vec{x}, t) = \frac{\delta L[\psi(t), \dot{\psi}(t)]}{\delta \dot{\psi}^\ell(\vec{x}, t)}$$

$$\dot{\Pi}_\ell(\vec{x}, t) = \frac{\delta L[\psi, \dot{\psi}]}{\delta \psi^\ell(\vec{x}, t)}$$

Oddzi. ciekaw. elementarnych $\begin{bmatrix} \gamma_0 = \beta \\ \alpha_i \gamma = \gamma_i \end{bmatrix} \quad (\gamma_\mu, \gamma_\nu) = -2g_{\mu\nu}$

- e-m $\mathcal{L}_{int} = j_\mu A^\mu = e \bar{\psi} \gamma_\mu \psi A^\mu$
- słabe $\mathcal{L}_{int} = j_\mu^+ j_\mu^- + j_\mu^+ j_\mu^+ \quad j_\mu = \bar{\psi} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \psi$
- grawit. $\mathcal{L}_{int} = ?$

Opis oddzi. przez kwantową teorię pola (QFT)

z jej użyciem (związany z rachunkiem zabójczy):

- teoria musi być renormalizowalna
- teoria musi być unitarna

Klasyfikacja IUB:

$$\square A^\mu = j^\mu_{em} \rightarrow \text{Propagator}$$

cechowanie Lorentza $\rightarrow D^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu}/q^2$

$$g_\mu A^\mu = 0$$

Bo ogólnie n. falowe: $\square A^\mu - \partial^\mu \partial^\nu A_\nu = j^\mu_{em}$

$$\square \rightarrow \square + m^2$$

$(\square + m^2) W^\mu - \partial^\mu \partial^\nu W_\nu = j^\mu$ dla fali pleskiej

$$[(-q^2 + m^2) g^{\mu\nu} + q^\mu q^\nu] W_\nu = j^\mu \quad W_\mu = W_{0\mu} e^{-iqx}$$

$(P)^{\mu\nu}$

Norm. Lorentzowska $P^{\mu\nu} = A g^{\mu\nu} + B q^\mu q^\nu$

Lagrangian w f.w.e.

(10)

1. $\eta=0$, ϕ rzeczywista ($q=0$)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} [(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - m^2 \phi^2]$$

2. $\eta=0$, ϕ zespolone ($q \neq 0$) (ϕ_1, ϕ_2)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} [(\partial_\mu \phi_1)(\partial^\mu \phi_1) - m^2 \phi_1^2] + [2] = (\partial_\mu \phi)^\dagger (\partial^\mu \phi) - m^2 \phi^\dagger \phi$$

$$\phi = (\phi_1 + i\phi_2) \frac{1}{\sqrt{2}} \quad ; \quad (\partial^\mu \partial_\mu + m^2) \phi = (\partial^\mu \phi)^\dagger = 0$$

3. $\eta = \frac{1}{2}$

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi \quad ; \quad (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi = 0$$

4. Wzajemne pole nielaborowe:

$$W_a^\mu \quad \begin{array}{l} a=1, \dots, 3 \text{ dla } su(2) \\ a=1, \dots, 8 \text{ dla } su(3)_c \end{array}$$

$$W_a^{\mu\nu} = \partial^\mu W_a^\nu - \partial^\nu W_a^\mu + g f_{abc} W_b^\mu W_c^\nu$$

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} W_a^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^a + \frac{1}{2} m^2 W_a^\mu W_\mu^a$$

Konstrukcja Modelu Standardowego jako teorii z cechowaniem

TEORIA (YANGA-MILLSA) Z NIEABELOWYM
CECHOWANIEM OPARTYM O GRUPĘ $SU(2)_W$.

DLACZEGO $SU(2)_W$?

STABE PRĄDY KWARKÓW (PRĄDY NADADOPAJANE)

$$J_\mu^+ = g \bar{Q}_L \tau_\mu^+ Q_L \quad Q_L = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u \\ d_c \end{pmatrix}$$

$$J_\mu^- = g \bar{Q}_L \tau_\mu^- Q_L$$

NADZIEJA: TEORIA RENORMALIZOWALNA

METODA: w n.ruchu zastąpimy ∂_μ
pochodną kowariantną

$$D^\mu = \partial^\mu + ig \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{W}^\mu}{2}(x)$$

(przez analogię z QED: $D^\mu = \partial^\mu + iq A^\mu$)

→ PRAWA TRANSFORMACYJNE DLA
BOZONÓW CECHOWANIA

$$\delta \vec{W}^\mu = -\partial^\mu \vec{\eta} - g(\vec{\eta} \times \vec{W}^\mu)$$

$$D^\mu \psi_{\left(\frac{1}{2}\right)} = \exp[ig \vec{\tau} \cdot \vec{a}(x)] \cdot D^\mu \psi_{\left(\frac{1}{2}\right)} \quad ?$$

Zastosujemy do n. infinitesimalnych:

$$D^\mu \psi = [\partial^\mu + ig \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{W}^\mu}{2}] [1 + g \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{\eta}(x)}{2}] \psi$$

$$\stackrel{?}{=} [1 + ig \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{\eta}}{2}] [\partial^\mu + ig \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{W}^\mu}{2}] \psi$$

$$\vec{W}^\mu = \vec{W}^\mu + \delta \vec{W}^\mu \quad \frac{i}{2} \vec{\tau} \cdot (\vec{\eta} \times \vec{W}^\mu)$$

$$ig \frac{\vec{\tau} \cdot \delta \vec{W}}{2} = -ig \frac{\vec{\tau} \cdot \partial^\mu \vec{\eta}}{2} + (ig)^2 \frac{1}{4} [(\vec{\tau} \cdot \vec{\eta}), (\vec{\tau} \cdot \vec{W}^\mu)]$$

reguła Pauliego: $(\vec{\tau} \cdot \vec{a})(\vec{\tau} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + i \vec{\tau} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$

$$\boxed{\delta \vec{W}^\mu = -\partial^\mu \vec{\eta} - g(\vec{\eta} \times \vec{W}^\mu)}$$

wnioski:

- 1) w teorii nieabelowej występuje tylko 1 stała sprzężenia g dla różnych multipletów (w QED 1e, 2e, ... etc)
Ponadto jest samooddziaływanie $\vec{W}$
- 2) bozony pośrednie $\vec{W}$ oddziałują ze sobą

Tr. cechowania dla innych multipletów:

$$\psi^{(t)} = \exp[ig \vec{T}^{(t)} \cdot \vec{a}(x)] \psi^{(t)}$$

$$D_{(t)}^\mu = \partial^\mu + ig \vec{T}^{(t)} \cdot \vec{W}^\mu$$

gdzie: $\vec{T}^{(t)}$ $\equiv$ $\leftarrow$ ta sama stała sprzężenia co dla $\psi^{(1/2)}$
są macierzami o odpowiedniej
liczbie wymiarów ułożonymi
do odpowiedniej reprezentacji $SU(2)$

Np. $(T_j^{(1)}) = -i \epsilon_{jkl}$ wq. tych schematów
transformują się
bosony pochodnie $\vec{W}^\mu$
(jak triplet $SU(2)_W$)

Te wyrażenie uogólnia się na inne grupy

np. $SU(3)_C$ $[G_i, G_j] = i f_{ijk} G_k$

G_i ($i=1, \dots, 8$) $\leftrightarrow W_1^\mu, \dots, W_8^\mu$ BOSONY
CECHOWANIA

$$D^\mu = \partial^\mu + ig_j G_j^{(P)} \cdot W_j^\mu \leftarrow \text{ZALEŻY OD REPREZENTACJI } G$$

$$\delta W_j^\mu = \partial^\mu \eta_j(x) - g_j f_{jkl} \eta_k(x) \cdot W_l^\mu$$

Jeżeli grupa nie jest grupą prostą, a pół-prostą
to mamy więcej niż 1 stałą sprzężenia

np. $G = SU(2) \times U(1) \rightarrow 2$ stałe sprzężenia

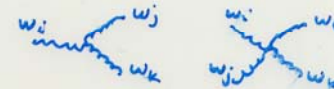
**Istotną własnością teorii Y-M jest
SAMOODZIAŁYWANIE PÓŁ CECHOWANIA**

(w pełni ujęte przez kinematykę i tr. cechowania)

$\rightarrow$ Teoria Y-M nigdy nie jest teorią
swobodnych pól, nawet w nieobecności
materii.

Będą występowały cztery typy:

$$\vec{W}^3 \text{ i } \vec{W}^4$$



np. W^+
 W^-
lub oddziaływanie
3 gluonów w QCD

Problemy z teorią Y-M i spontaniczne łamanie symetrii

PROBLEMY W TEORII Y-M:

człony masowe

Brutalna
siła!

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{free}} + -\frac{1}{4} \vec{F}^{\mu\nu} \vec{F}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} M^2 \vec{W}_\mu \cdot \vec{W}^\mu$$

$$\vec{F}^{\mu\nu} = \partial^\mu \vec{W}^\nu - \partial^\nu \vec{W}^\mu - g \vec{W}^\mu \times \vec{W}^\nu$$

W. ruchu:

$$[g^{\alpha\beta} \square - \partial^\alpha \partial^\beta + M^2 g^{\alpha\beta}] W_\beta^\alpha(x) = 0$$

Propagator dla masywnego W: $i \frac{g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{M^2}}{q^2 - M^2}$

↓
KŁOPOTA Z RENORMALIZACJĄ (co już dyskutowaliśmy)

↓
ALTERNATYWA:

i) teoria YM bezmasowa jest konsystentna, ale nie może być teorią oddz. słabych

ii) teoria Y-M z dodatkami członów masowych jest $\equiv$ teorii WZ
- NIE JEST RENORMALIZOWALNA

→ CZŁONY MASOWE MUSZĄ BYĆ
SUBTELNIE DOBRANE!
→ SPONTANICZNE ŁAMANIE SYM.

SPONTANICZNE ŁAMANIE SYMETRII

$$\mathcal{L} = \cancel{\mathcal{L}_{\text{free}}} \mathcal{L}(\vec{W}^\mu) + (\partial_\mu \vec{\varphi}^\dagger)(\partial^\mu \vec{\varphi}) - \underbrace{\mu^2 \vec{\varphi}^\dagger \vec{\varphi} + \lambda(\vec{\varphi}^\dagger \vec{\varphi})^2}_{-V(\varphi)}$$

DODALIŚMY SKALARNE POLA HIGGSA $\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}$

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \varphi_1 + i\varphi_2 \\ \varphi_3 + i\varphi_4 \end{pmatrix} \quad \varphi_i \text{ rzeczywiste}$$

$$\varphi^\dagger \varphi = \frac{1}{2} \sum \varphi_i^2$$

$$M = \sqrt{\mu^2}$$

Najmniejszy stan - PROZNA - pol φ może być $\neq 0$
Stany 1, 2, ... cząstkowe pola φ będą wtedy
oscylacjami dookoła pewnej wartości: $\phi_0 \neq 0$.

$$\varphi(x) = \phi_0 + \chi(x)$$

$$\mathcal{L} = \text{"}\chi^2\text{"} + \text{"}\chi^3\text{"} + \text{"}\chi^4\text{"} \rightarrow \text{W. ruchu masy}$$

↖ różne okoliczności masy cząstek

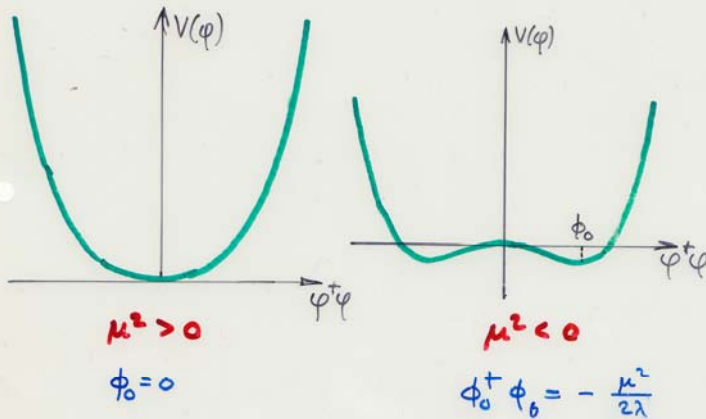
$$V(\varphi) = \mu^2 \varphi^\dagger \varphi + \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2$$

$$\mathcal{H} = \varphi^\dagger \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}} \dot{\varphi} - \mathcal{L} = \varphi^\dagger \dot{\varphi} + (\vec{\partial} \varphi^\dagger)(\vec{\partial} \varphi) + V$$

$\mathcal{H}$ musi być ograniczone od dołu $\rightarrow$

V ograniczone od dołu $\rightarrow \lambda > 0$

$\rightarrow \left. \begin{matrix} \mu^2 > 0 \\ \mu^2 < 0 \end{matrix} \right\}$ dopuszczalne



$\mu^2 < 0$ jest bardziej interesujący

$$\phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}$$

Dobry spinor $\varphi(x)$ możemy napisać jako spinor typu - down

$$\varphi(x) = U(x) \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad U(x) = e^{i \vec{\tau} \cdot \vec{\Theta}(x)}$$

$$\chi(x) = \varphi(x) - \phi_0 = U(x) \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix}$$

DLA MAŁYCH PERTURBACJI tj $\vec{\Theta}(x)$

$$\chi(x) = \begin{bmatrix} \eta (\theta_2 + i \theta_1) \\ \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}} - i \eta \theta_3 \end{bmatrix} \rightarrow 4 \text{ pola rzeczywiste up } \theta_i(x) \text{ i } \sigma(x)$$

$$''\chi^2'' = \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma) - \frac{1}{2} m^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\Phi}) (\partial^\mu \vec{\Phi})$$

$$\vec{\Phi} = \sqrt{2} \eta \vec{\Theta}$$

$$m^2 = 4\lambda^2 \eta^2 = -2\mu^2 > 0$$

4 typy cząstek:

- 1) skalarny bozon o masie $m = \sqrt{-2\mu^2}$ związany z polem $\phi(x)$
- 2) 3 bezmasowe bozony Goldstone związane z polem $\vec{\phi}(x)$.

PODSUMOWANIE

- 1) $\mathcal{L}(\phi)$ był symetryczny względem "izospinu" (tj. globalna)
- 2) Natomiast punkt warunku dynamicznego $\mu^2 < 0$
 $\rightarrow$ stąd prosi odpowiada $\phi \neq 0$ (stały, niezerowy, pole ϕ)
- 3) Powstające cząstki nie są mierzalne w próżni
 $I=1 \quad m=0$
 $I=0 \quad m = \sqrt{-2\mu^2}$
- 4) Sprawiliśmy się z BOZONAMI GOLDSTONE
 (DLATEGO 3 BOZONY, ZE $\mathcal{L}(\phi)$ jest niezmienny względem $SU(2) \times U(1)$ a nie samej $SU(2)$)

$$SU(2) \times U(1)$$

Jaka jest symetria ϕ_0

π - generator $SU(2) \times U(1)$

$$T\phi_0 = 0 \quad \rightarrow \quad \bigwedge_{\alpha} e^{i\alpha T} \phi_0 = \phi_0$$

$$T = \frac{1 + \sigma_3}{2} \quad \text{tylko 1 z 4 generatorów}$$

TYLKO BOZONÓW GOLDSTONE ILE GENERATORÓW
 DAJE $\pi\phi_0 \neq 0$

Masy bozonów pośredniczących

JAK BĘDZIE DLA LOKALNYCH TR. CECH.

Jesli dodamy $\mathcal{L}(\psi^\dagger \psi)$ do $\mathcal{L}_{free} + \mathcal{L}(\vec{W})$?

$$\mathcal{L}(\psi^\dagger \psi) = (D_\mu \psi)^\dagger (D_\mu \psi) - V(\psi^\dagger \psi) - \underbrace{\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4} G_{\mu\nu} G_{\mu\nu}}_{SU(2) \times U(1)}$$

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - g \varepsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c$$

$$D_\mu \psi = \left(\partial_\mu + i g \vec{W}_\mu \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} + i g' B_\mu \frac{1}{2} \right) \psi$$

WIDMO CZĄSTEK:

$$\psi(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \eta + \frac{\phi(x)}{2} \end{bmatrix}$$

tylko 1 pole
reagujące

LOKALNA TR. CECHOWANIA

→ zneutralizujący pola

$$(D_\mu \psi)^\dagger (D^\mu \psi) = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) + \frac{1}{2} \frac{g^2 \eta^2}{2} [W_\mu^1 W^{1\mu} + W_\mu^2 W^{2\mu}]$$

$$+ \frac{1}{4} g^2 (g W_\mu^3 - g' B_\mu) (g W^{3\mu} - g' B^\mu) + \dots$$

$$+ V(\psi^\dagger \psi) = \text{const} + \frac{1}{2} (-2\mu^2) \phi^2 + \dots$$

$$+ \frac{F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}{4} = -\frac{1}{4} \partial_\nu \vec{W}_\mu \cdot \partial^\nu \vec{W}^\mu - \frac{1}{4} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} + \dots$$

MASY NAŁADOWANYCH BOZONÓW CECHOWANIA

$$M_W = \frac{g\eta}{2}$$

MASY NEUTRALNYCH BOZONÓW CECHOWANIA

$$Z_\mu = W_\mu^3 \cos \theta_W - \sin \theta_W B_\mu$$

$$A_\mu = W_\mu^3 \sin \theta_W + B_\mu \cos \theta_W$$

$$\tan \theta_W = g'/g$$

$$m_Z^2 = \frac{g^2 \eta^2}{4} = \frac{M_W^2}{\cos^2 \theta_W}$$

Masy fermionów

JAK WYGLĄDA PROBLEM MAS FERMIONÓW?

Wymaganie: $m \neq 0 \rightarrow$ poprzez dodanie sprzężeń typu Yukawa z polami Higgsa

$$\mathcal{L}(\ell\text{-lepton}) = g_s \ell \bar{\psi} \psi =$$

$$= \underbrace{(g_s \gamma)}_{\text{człon masowy}} \bar{\psi} \psi + \underbrace{g_s \frac{G\omega}{2}}_{\text{oddziaływanie pola Higgsa z fermionami}} \bar{\psi} \psi$$

człon masowy

oddziaływanie pola Higgsa z fermionami

$$1) \quad g_s \gamma \sim m_\ell \rightarrow g_s = g \left(\frac{m_\ell}{M_W} \right) \ll g$$

$$2) \quad g \gamma \sim M_W$$

$$3) \quad \begin{array}{c} \ell \\ | \\ \text{---} \\ | \\ n \end{array} \quad A \sim g_s^2 \frac{1}{M_S^2} \approx \frac{g^2}{M_W^2} \left(\frac{m_\ell}{M_{H_0}} \right)^2 \approx G_F \left(\frac{M_A}{M_{H_0}} \right)^2$$

Podsumowanie MS

PODSUMOWANIE

1. MASY W I Z POPRZEC SPONTANICZNE ŁAMANIE SYMETRII
2. MASY FERMIONÓW - POPRZEC "WŁORONE RĘKAMI" PODZ. YUKAWY Z POLEM HIGGSA
3. TEORIA JEST NA TYLE GŁĘBKA ŻEBY:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_W \gg m_l \\ m_e \neq m_\mu \\ m_\nu = 0 \quad \text{lub} \quad m_\nu \neq 0 \\ \text{bozon HIGGSA sprzęga się do fermionów} \\ \text{stabiliz. i n. oddr. stabe.} \end{array} \right.$$

DOKŁADNIE TAK SĄD JAK DLA LEPTONÓW
MOŻEMY KONSTRUOWAĆ TEORIĘ GSW ODDZ.

PROBLEMY:

ZA DUŻO WOLNYCH PARAMETRÓW

$$\bullet \quad g, g' \rightarrow \frac{\sin^2 \theta_W}{M_W} \frac{e}{G_F}$$

- MASY WSZYSTKICH FERMIONÓW
- KĄTY CABIBBO.

↓
WYJAŚNIENIE KĄTÓW MIESZANIA i /LUB
RELACJI MASOWYCH $\left(m_p \frac{m(c)}{m(s)} \approx 3 \right)$

WYMAGA WYJŚCIA POZA TEORIĘ WSG.

Model Standardowy reguły Feynmana i liczby kwantowe elementarnych fermionów

Kinematics

Lorentz invariant phase space ($P \rightarrow p_1 + \dots + p_n$)

$$dQ = (2\pi)^4 \delta^4(P - p_1 - \dots - p_n) \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i}$$

Scattering: $\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\text{cm}} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_f}{p_i} |\mathcal{M}|^2$

Decay: $d\Gamma(A \rightarrow 1 + \dots + n) = \frac{|\mathcal{M}|^2}{2m_A} dQ$

Feynman Rules for $-i\mathcal{M}$

$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi} = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f) \log(Q^2/\Lambda^2)}$

$\begin{cases} c_V^f = T_f^3 - 2 \sin^2 \theta_W Q_f \\ c_A^f = T_f^3 \end{cases}$

	f	Q_f	$(T_f^3)_L$	$(T_f^3)_R$
$\frac{1}{2}$	u, c, t	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	0
$-\frac{1}{2}$	d, s, b	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\frac{1}{2}$	ν_e, ν_μ, ν_τ	0	$\frac{1}{2}$	—
$-\frac{1}{2}$	e, μ, τ	—	—	—

g_{Vf}
 0.193
 -0.35
 0.5