

Zadania domowe z mechaniki klasycznej R, II rok

Seria 2, 8 listopada 2010 roku

1. Cząstka o masie m porusza się w potencjale $V(x, y) = (x^4 - a^2x^2 + b^4)(y^4 - a^2y^2 + b^4)$. Znaleźć położenia równowagi trwałej i ruch w przybliżeniu małych drgań wokół takich położzeń. Czy przypadek $a = b = 0$ można rozwiązać metodą małych drgań?
2. Ciąg n punktów materialnych o jednakowych masach m w 1 wymiarze jest połączony kolejno sprężynami o stałej sprężystości k i długości swobodnej l (końcowe punkty są nieprzymocowane). Znaleźć ogólne rozwiązanie ruchu układu. Czy występuje mod translacyjny?
3. Na okręgu o promieniu r znajduje się n jednakowych punktów materialnych połączonych cyklicznie sprężynami o stałej sprężystości k i długości swobodnej $l = 2\pi r/n$, rozpiętymi na okręgu. Dodatkowo, każdy punkt jest połączony sprężyną o stałej sprężystości k' i długości swobodnej l' z drugim współśrodkowym okręgiem o promieniu $R > r$. Punkty na większym okręgu są nieruchome i rozłożone cyklicznie równoodległe, w kolejności 1.. n . Znaleźć ogólne rozwiązanie ruchu układu w przybliżeniu małych drgań wokół równowagi trwałej (kiedy istnieje?). Czy występuje mod translacyjny/obrotowy?
4. Znaleźć ruch cząstki o masie m i ładunku q w stałym jednorodnym polu elektrycznym $\vec{E}$ i magnetycznym $\vec{B}$ zakładając siłę oporu $-k\vec{v}$.
5. Znaleźć ruch cząstki o masie m i ładunku q w stałym jednorodnym polu magnetycznym $\vec{B} = (0, 0, B)$ i potencjale $V(x, y, z) = -a(x^2 + y^2)$ dla $a > 0$. Kiedy cząstka nie ucieknie do nieskończoności?
6. Znaleźć tor ruchu ($r(\phi)$) cząstki o masie m i energii całkowitej $E = 0$ w potencjale $V(r) = -\alpha/r^4$ ($\alpha > 0$).