

Zadania domowe z mechaniki klasycznej R, II rok

Seria 5, 19 stycznia 2011 roku

1. Udowodnić, że $\{L_i, f_0\} = 0$ a $\{L_i, A_j\} = \epsilon_{ijk}A_k$ dla $\vec{A} = \vec{r}f_r + \vec{p}f_p + \vec{L}f_L$ gdzie $f_{0,r,p,L} = f_{0,r,p,L}(r^2, p^2, \vec{r} \cdot \vec{p})$, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ a $\{\cdot, \cdot\}$ jest nawiasem Poissona.
2. Obliczyć $\{L^2, A_i\}$ i $\{L^2, \{L^2, A_i\}\}$ dla $\vec{A}$ z poprzedniego zadania. Wynik zapisać wyłącznie za pomocą $\vec{L}$ i $\vec{A}$.
3. Korzystając z zasady wariacyjnej Jacobiego pokazać, że tor ruchu cząstki nierelatywistycznej w potencjale Keplera α/r jest krzywą stożkową.
4. Zapisać Hamiltonian płaskiego wahadła podwójnego w przybliżeniu małych drgań w postaci $H(q, p) = \alpha p_1^2 + \beta p_1 p_2 + \gamma p_2^2 + a q_1^2 + b q_1 q_2 + c q_2^2$. Znaleźć taką transformację kanoniczną, aby $\bar{H}(Q, P) = AP_1^2 + BP_2^2 + CQ_1^2 + DQ_2^2$.
5. Rozwiązać klasyczny efekt Starka – nierelatywistyczny punkt materialny w potencjale $\alpha/r + Fz$ za pomocą równania Hamiltona-Jacobiego. Użyć współrzędnych parabolicznych $x = \sqrt{\eta\xi} \cos \phi$, $y = \sqrt{\eta\xi} \sin \phi$, $z = (\xi - \eta)/2$ i funkcji $S = S_1(\eta) + S_2(\xi) + S_3(\phi) - Et$.