

Seria V zadań domowych z Rachunku Różniczkowego i Całkowego

Zad. 1 Obliczyć sumy szeregów dokonując rozkładu wyrazów na różnicę wg. metody z ćwiczeń:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}, \text{ b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}, \text{ c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2(n+2)^2}, \text{ d) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)(n+4)}.$$

Zad. 2 Zbadać zbieżność szeregów stosując kryterium porównawcze:

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n + 1}, \text{ b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{\sqrt[3]{n^2}}, \text{ c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n5^n}.$$

Zad. 3 Zbadać zbieżność szeregów za pomocą kryterium d'Alemberta:

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{2^n(2n+1)}, \text{ b) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3}{(2n)!}, \text{ c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-3}{\sqrt{n}3^n}.$$

Zad. 4 Zbadać zbieżność szeregów stosując kryterium Cauchy'ego:

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)3^n}{4^{n+1}}, \text{ b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{3^n}, \text{ c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3 \arctan n)^n}{5^n}.$$

Zad. 5 Zbadać zbieżność szeregów

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}, \text{ b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}, \text{ c) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n(n!)^2}{(2n)!}.$$

Zad. 6 Określić, czy poniższe szeregi przemienne są zbieżne bezwzględnie, warunkowo, czy też rozbieżne:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n\sqrt[3]{n}}, \text{ b) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \left(\frac{1}{n} \right), \text{ c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)a^{2n}}.$$

Zad. 7 Określić promień zbieżności szeregu potęgowego i zbadać jego zbieżność na krańcach przedziału określoności:

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!} x^n, \text{ b) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n n!}{(2n)!} x^n, \text{ c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^{n-1} \sqrt{n}} x^n.$$

Zad. 8 Obliczyć promień zbieżności szeregu potęgowego i znaleźć jego sumę:

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} x^n, \text{ b) } \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)x^n, \text{ c) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+1} x^{3n+1}.$$

Zad. 9 Obliczyć sumę szeregu:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n} x^n, \text{ b) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}.$$

Zad. 10 Rozwinąć w szereg Maclaurina funkcje:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2+x^2}, \text{ b) } \ln \frac{1+x}{1-x}, \text{ c) } e^x \ln(1+x).$$