

Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego. Równania różniczkowe zwyczajne.

- **Zadanie 1.** Rozwiązać równanie

$$\sin x \frac{dy}{dx} = y \cos x.$$

- **Zadanie 2.** Rozwiązać równanie

$$\frac{dy}{dx} = 2xy^2 - x^2 \frac{dy}{dx}.$$

- **Zadanie 3.** Rozwiązać równanie

$$\cos y \frac{dy}{dx} = 3 \sin y (5 \cos^3 x - 3 \cos x).$$

- **Zadanie 4.** Rozwiązać równanie

$$(1 + x^2)xyy' = 1 + y^2.$$

- **Zadanie 5.** Rozwiązać równanie

$$y' = ax^b(1 + y^2),$$

gdzie a i b są stałymi, przy czym $a \neq 0$.

- **Zadanie 6.** Rozwiązać równanie

$$x^2 + y'^2 = 1.$$

- **Zadanie 7.** Rozwiązać równanie

$$\sin x \sin yy' = \cos x \cos y.$$

- **Zadanie 8.** Cząstka o masie $m = 1$ g porusza się prostoliniowo pod wpływem siły F wprost proporcjonalnej do czasu t i odwrotnie proporcjonalnej do swej prędkości v . W chwili $t = 10$ sek prędkość wynosiła $v = 20$ cm/sek, a siła $F = 10$ dyn. Wyznaczyć prędkość po upływie minuty od chwili $t = 0$.

- **Zadanie 9.** Rozwiązać równanie

$$x^2y' = x^2 + xy + y^2.$$

- **Zadanie 10.** Rozwiązać równanie

$$2xyy' = x^2 + y^2.$$

- **Zadanie 11.** Rozwiązać równanie

$$xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}.$$

- **Zadanie 12.** Rozwiązać równanie

$$y' - xy = x \exp(x^2).$$

- **Zadanie 13.** Rozwiązać równanie

$$y' \sin x + y \cos x = \sin 2x.$$

- **Zadanie 14.** Rozwiązać równanie

$$y' + 2xy = x \exp(-x^2).$$

- **Zadanie 15.** Rozwiązać równanie

$$y^3 y'' = -1,$$

z warunkami początkowymi: dla $x = 1$ mamy $y = 1$ i $y' = 0$. Jaką krzywą przedstawia rozwiązanie?

- **Zadanie 16.** Rozwiązać równanie

$$y'' - 4y' + 4y = 8x^3 - 36x.$$

- **Zadanie 17.** Rozwiązać i przedyskutować ze względu na parametr m równanie

$$y'' + 4y = \sin mx.$$

- **Zadanie 18.** Rozwiązać równanie

$$y'' + y = \tan x.$$

- **Zadanie 19.** Rozwiązać równanie

$$y'' + 4y = x \sin 2x.$$