

Zadania domowe nr 1 (1. marca 2019)

Wartosc oczekiwana, dyspersja, delta Diraca

1. Oblicz wartosc srednia oraz dyspersje rozkladu Poissona

$$p(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, \quad (1)$$

gdzie parametr $\lambda > 0$.

Wskazowka: Pamietaj, ze zmienna losowa x jest w tym przypadku nieujemna liczba calkowita, a zatem nie przyjmuje jakiegokolwiek wartosci rzeczywistej (jak to mialo miejsce w rozkladzie Gaussa).

2. Pokaz, ze funkcja dana wzorem

$$\delta_\tau(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\tau} & , \quad |x| \leq \tau \\ 0 & , \quad |x| > \tau \end{cases}, \quad (2)$$

jest dobrym „modelem delty Diraca” w granicy $\tau \rightarrow 0$.

3. Udowodnij, ze dla odpowiednio dobranej klasy funkcji probnych $\psi(x)$ zachodza nastepujace wlasnosci delty Diraca:

$$\delta(x - x_0) : \psi(x) = \delta(x) : \psi(x + x_0), \quad (3)$$

oraz

$$\delta(\alpha x) : \psi(x) = \frac{1}{|\alpha|} \delta(x) : \psi(x). \quad (4)$$