Zadania domowe, seria 3

1. W pewnym procesie para pionów jest produkowana w stanie z zerowym względnym orbitalnym momentem pędu. Czy wszystkie stany izospinowe są realizowane w takim stanie orbitalnego momentu pędu?

2. Porównaj prawdopodobieństwo produkcji Δ^+ w rozpraszaniu $\pi^0 P$ z produkcją Σ^{*0} w rozpraszaniu $K^- P$ zakładając symetrię $SU(3)$ zapachu.

3. Znajdź związek pomiędzy oddziaływaniem (kolorowym) $q\bar{q}$ w mezonie a oddziaływaniem qq w hadronie.

4. Operator Casimira dla reprezentacji D jest zdefiniowany jako $C(D) = \sum_a T_a^2$, gdzie T_a to generatory $SU(N)$. Zdefiniujmy k_D: $Tr(T_a T_b) = k_D \delta_{ab}$. Pokaż, że:

   (a) $dim(D)C(D) = (N^2 - 1)k_D$

   (b) $k_{D_1 \otimes D_2} = dim(D_1)k_{D_2} + dim(D_2)k_{D_1}$

   (c) $k_{D_1 \oplus D_2} = k_{D_1} + k_{D_2}$.

   (d) Oblicz: $C(8)$, $C(10)$, $C(6)$ dla $N = 3$.

5. Oblicz:

   $[3] \otimes [1]$ dla $SU(6)$

   $[4, 2] \otimes [3, 1]$ dla $SU(5)$

   $[2] \otimes [1, 1, 1]$ dla $SU(N)$

   $[3, 2, 1] \otimes [2]$ dla $SU(3)$

6. Rozłóż reprezentację dołączoną $SU(N+M)$ na reprezentacje podgrupy $SU(N) \otimes SU(M) \otimes U(1)$ wiedząc, że reprezentacja definiująca $\underline{N+M}$ ma następujący rozkład: $([1], [0])_M \oplus ([0], [1])_{-N}$.

7. Rozważ następujące macierze zdefiniowane w 6-wymiarowym iloczynie tensorowym macierzy λ^a i macierzy Pauliego: $\frac{1}{2}\lambda^a\sigma_2$ dla $a = 1, 3, 4, 6, 8$ i $\frac{1}{2}\lambda^a$ dla $a = 2, 5, 7$. Pokaż, że te macierze generują redukowalną reprezentację grupy $SU(3)$ i zredukuj ją.