Zadania domowe, seria 4

1. Dla pewnej teorii pola działanie ma postać: $S = \int d^4x L(\phi, \partial_\mu \phi, \partial_\mu \partial_\nu \phi)$ i jest niezmiennicze względem transformacji $\delta\phi = \epsilon\phi(x)$. Znajdź wariację działania gdy $\delta\phi = \epsilon(x)\phi(x)$, zapisz ją za pomocą prądu Noether i jego pochodnych.

2. Napisz w postaci macierzowej $SU(3)$–niezmiennicze sprzężenie $\bar{B}BM$, gdzie B to oktet lekkich barionów, zaś M - oktet lekkich mezonów. Wypisz jawnie sprzężenia zawierające π^+.

3. Pokaż, że w modelu Gell–Manna–Levy'ego więzy $\sigma^2 + \vec{\pi}^2 = f^2$ można rozwiązać za pomocą następującej parametryzacji: $\Sigma = \sigma + i\vec{\tau}\vec{\pi} = f e^{i\vec{\tau}\vec{\theta}/f}$ gdzie $\vec{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ są dowolnymi funkcjami. Jak wygląda transformacja pól θ gdy $\Sigma \to L\Sigma R^\dagger$, gdzie L, R są odpowiednio transformacjami $SU(2)_{L,R}$.

4. Rozważ QED z polami Higgsa i Lagrangianem: $L = (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) + \frac{m^2}{2}\phi^\dagger\phi - \frac{\lambda}{4}(\phi^\dagger\phi)^2 - \frac{1}{4}F^2$, gdzie $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$. Rozważ przypadek statyczny, $\partial^0\phi = \partial^0\vec{A} = A_0 = 0$. Pokaż, że
   - $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{J}$, $\vec{J} = ie[\phi^\dagger(\vec{\nabla} - ie\vec{A})\phi - (\vec{\nabla} - ie\vec{A})\phi^\dagger\phi]$,
   - w obecności spontanicznego naruszenia symetrii, $\phi = v = (m^2/\lambda)^{1/2}$, $\vec{J} = e^2v^2\vec{A}$ (równanie Londona), oraz $\nabla^2\vec{B} = e^2v^2\vec{B}$ (efekt Meissnera).

5. Rozważmy lokalną grupę $SU(3)$ sprzęgniętą do skalara transformującego się w reprezentacji dołączonej: $D_\mu\phi_a = \partial_\mu\phi_a + f_{abc}A^b_\mu\phi_c$, gdzie $\phi = \phi_a T_a$, T_a– generatory $SU(3)$. Znajdź macierz masy bozonów cechowania $SU(3)$ gdy $< \phi >= \phi_0$:
   - $\phi_0 = v\, diag(1, 1, -2)$,
   - $\phi_0 = v\, diag(1, -1, 0)$.