Programy zaliczeniowe z Metod Numerycznych IA 2006/2007

Program 1
Rozwiązać układ równań $Ax = b$ dla danej macierzy $(N \times N)$ A oraz dla danego b metodą eliminacji Gaussa.

Program 2
Wykorzystując informacje na stronie 'www.fuw.edu.pl/˜ werner/metnum' napisać program rozkładajaący medodą LU losowo wygenerowaną macierz A $(N \times N)$ oraz wektor x (N składowych) oraz obliczyć $b = Ax$. Obliczyć czas rozwiązywania równania $Az = b$ (dla danego b) $t(N)$ (skorzystać z procedur prof. Wernera - strona www).

Program 3
Napisać (i zrozumieć!) program znajdujący wszystkie wartości własne danej macierzy $A[N][N]$ $(Ax = \lambda x)$ - patrz strona prof. Wernera - rozdział diagonalizacja. Zrobić wykres czasu wykonywania programu w zależności od N.

Program 4
Metodą Runge-Kutty 4 rzędu rozwiązać równanie $y'' = ky$ gdzie k - dana stała. Zamienić równanie 2-go rzędu na dwa równania 1-go rzędu. Zbadać przypadek $k > 0$ oraz $k < 0$, np: $k = 100, k = 10, k = -50$.

Program 5
Symulacja bomby atomowej. Rozwiązać układ równań:

$$\frac{du}{dt} = -aun$$

$$\frac{dn}{dt} = -bn - cnr + 2aun$$

$$\frac{dr}{dt} = 2aun$$

gdzie u, n, r oznaczają odpowiednio ilość atomów uranu 235, neutronów oraz atomów 'reszty' w bombie. Warunki początkowe $u(0) = 10^{26}$, $n(0) = 10^3$, oraz $a = 1/u(0)$, $b = 1$, $c = a/2$. Użyć metody RK 4. Podać $u(t)$ i $n(t)$ na wykresie. Sprawdzić zachowanie bomby dla różych wartości parametrow a,b,c.

Program 6
Interpolacja Lagrange'a: Interpolować funkcje $f(x) = sin(x)$, oraz
$f(x) = Asin(Bx)+Ccos(Dx)$, dla różnych A,B,C,D. Na początek przyjąć: $A = B = C = D = 1$. Interpolacje przeprowadzić wielomianami różnego stopnia i porównać wyniki graficznie (gnuplot). Dla jakich wielomianów pracyzja jest najwieksza?'

Program 7
Całkowanie numeryczne funkcji jednej zmiennej w skończonym przedziale. Zadaną funkcję $f(x)$ scałkować metodą kwadratur Gaussa. Jeżeli funkcja dana jest wzorem analitycznym $y = f(x)$ wybrać odpowiednie N punktów. Dobrać wielomiany ortogonalne, oraz funkcję wagową. Jeżeli znamy dokładną wartość danej całki to porównać wynik analityczny z numerycznym, oraz zbadać dokładność całkowania w zależności od N. Jeżeli funkcja dana jest jako zbiór punktów $(x_i, f(x_i))$ dla $i = 1, 2...N$ zastosować metodę kwadratur Newtona - Cotesa. Dla $N = 2, 3$ jest to wzor trapezów i wzór Simpsona.