

## Matematyka I, seria 15

1. Znajdź granicę

(a)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\ln x - \ln 7}{x - 7}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2 - x + 1)}{\ln(x^4 + x^2 + 1)}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7}{e^x}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[7]{x}}{\ln x}$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt[7]{x} \ln x$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 7^-} \ln(x - 6) \ln(7 - x)$

(g)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{\ln(x - 1)} - \frac{1}{x - 2} \right)$

(h)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\sin 3x)^{\operatorname{tg} 3x}$

(i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2} \right)^x$

2. Wypisz wzór Maclaurina z resztą  $R_3$  w postaci Lagrange'a dla funkcji  $f(x) = \frac{x \sin x}{\cos x + 2}$ 

3. Zbadaj przebieg zmienności funkcji

(a)  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$

(b)  $f(x) = \frac{2x+1}{x-4}$

(c)  $f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2}$

(d)  $f(x) = \frac{x^2-6x+13}{x-3}$

(e)  $f(x) = x^{\frac{2}{3}} + (x - 2)^{\frac{2}{3}}$

(f)  $f(x) = x \sqrt{\frac{x}{2-x}}$

(g)  $f(x) = x^2 \ln x$

(h)  $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$

(i)  $f(x) = e^{\frac{x}{x-1}}$

4. Znajdź dwa nieznikające wyrazy rozwinięcia w szereg Taylora wokół minimum następujących funkcji

$$(a) f(x) = \alpha^2 \left[ \left( \frac{\sigma}{x} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma}{x} \right)^6 \right] \quad x > 0$$

$$(b) f(x) = \alpha^2 (1 - e^{-ax+b})^2 \quad x > 0, a > 0$$

5. Znajdź całki nieoznaczone

$$(a) \int x^2 \ln x \, dx$$

$$(b) \int x 7^x \, dx$$

$$(c) \int (\ln x)^2 \, dx$$

$$(d) \int x^2 e^{7x} \, dx$$

$$(e) \int x e^{7x^2} \, dx$$

$$(f) \int x^2 \sin x \, dx$$

$$(g) \int x^2 \cosh x \, dx$$

$$(h) \int \frac{\operatorname{arsinh} x}{\sqrt{x^2+1}} \, dx$$

$$(i) \int \frac{\sin x}{\cos^2 x + 4} \, dx$$

$$(j) \int x^2 \sqrt[3]{x+1} \, dx$$

$$(k) \int \frac{1}{e^x+1} \, dx$$

$$(l) \int \operatorname{tg} x \, dx$$

$$(m) \int \sin^7(7x) \, dx$$