

Matematyka I, seria 6

1. Sporządzić wykresy funkcji $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

(a) $f(x) = |x+1| - 2|x-1| + |2x+3|$,

(b) $f(x) = |x^2 - x - 6| + x^2 - |x - 1|$.

2. Rozwiązać równania:

(a) $|x+2| + |x+3| = |x+1|$,

(b) $|x^2 - 1| - |x^2 - 4| = 2x - 1$.

Odp.: (a) $x = -4 \wedge x = -2$, (b) $x = -1 \wedge x = 2$.

3. Rozwiązać nierówności:

(a) $\frac{|x+1|}{x+2} > |x|$,

(b) $|x-1| \leq |x+1| + |x+2|$.

Odp.: (a) $-2 < x < -1/2(1 + \sqrt{5}) \wedge 1/2(-3 + \sqrt{5}) < x < 1/2(-1 + \sqrt{5})$,

(b) $x \leq -4 \wedge x \geq -2/3$.

4. Znaleźć granice następujących ciągów:

(a) $\frac{2^n}{n!}$,

(b) $\frac{4^n + (-3)^n}{\sqrt{n!}}$,

(c) $\frac{n3^n + 2n^5 - 5}{n! + 1}$,

(d) $\sqrt[n]{1 + 2^n/n^2 + 3^n/n^3 + \dots + k^n/n^k}$, gdzie $k \in \mathbb{N}$,

(e) $(\sqrt[100]{n^{100} + n^{99}} - n)$,

(f) $\sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 3} - \sqrt{n^2 + 2n + 3}$,

(g) $\left(\sqrt[3]{(n+2)(n+4)(n+5)} - \sqrt[3]{n(n+1)(n+3)} \right)$

(h) $\frac{2^n + n^4}{n! + n^2} \sin \left(\frac{n^2 + n! + n^n}{n+7} \right)$,

(i) $\frac{n! + 3n^n}{n! + 1} \sin \left(\frac{n^2 + 4n!}{n^2 + n^n} \right)$.

Odp.: (a) 0, (b) 0, (c) 0, (d) k , (e) $1/100$, (f) $-1/3$, (g) $7/3$, (h) 0, (i) 12.