

Zadania domowe do wykładu "Wstęp do fizyki atomu, cząsteczki i ciała stałego"
(prof. M. Kamińska)
seria 2, 25.10.2005

ZADANIE 1. Korzystając z jednowymiarowego równania Schrödingera z rzeczywistym, niezależnym od czasu potencjałem $V(x)$ dla funkcji falowej $\psi(x,t)$ oraz dla funkcji falowej sprzężonej $\psi^*(x,t)$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x,t) = i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi^*(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\psi^*(x,t) = -i\hbar \frac{\partial \psi^*(x,t)}{\partial t},$$

pokaż, że dla prądu prawdopodobieństwa

$$j \equiv \frac{\hbar}{2mi} \left[\psi^*(x,t) \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} - \psi(x,t) \frac{\partial \psi^*(x,t)}{\partial x} \right]$$

spełnione jest równanie ciągłości:

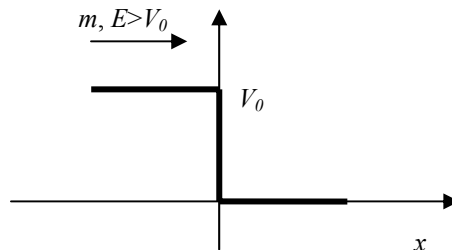
$$\frac{\partial |\psi(x,t)|^2}{\partial t} + \frac{\partial j(x,t)}{\partial x} = 0,$$

będące analogiem hydrodynamicznego równania ciągłości.

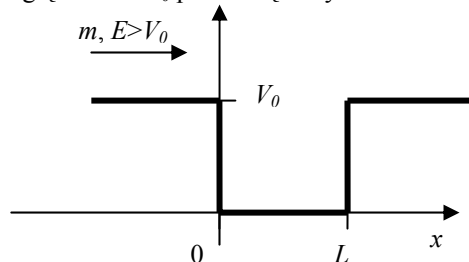
Wskazówka: Sprawdź, że spełnione jest równanie:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\psi^*(x,t) \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} - \psi(x,t) \frac{\partial \psi^*(x,t)}{\partial x} \right] = \psi(x,t) \frac{\partial^2 \psi^*(x,t)}{\partial x^2} - \psi^*(x,t) \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2}$$

ZADANIE 2. Oblicz współczynnik odbicia R oraz transmisji T dla cząstki o masie m i energii $E > V_0$, padającej na próg potencjału pokazany na rysunku.



ZADANIE 3. Oblicz współczynnik odbicia R oraz transmisji T dla cząstki o masie m i energii $E > V_0$, padającej na studnię potencjału o szerokości L i głębokości V_0 pokazaną na rysunku.



ZADANIE 4. W jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału o szerokości L uwięziona jest cząstka. Jakie jest prawdopodobieństwo znalezienia tej cząstki pomiędzy $x=0$ i $x=0.25L$, jeśli cząstka ta znajduje się w stanie podstawowym?

