Zadania domowe do wykładu
"Wstęp do fizyki atomu, cząsteczki i ciała stałego" (prof. M. Kamińska)
seria uzupełniająca, 24.01.2006

Zadanie 1

Swobodny elektron rozprasza się na progu potencjału: $V(x)=\begin{cases} V_0, & x \le 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$, $V_0 > 0$ nadlatując od strony $x \le 0$. Znaleźć funkcję falową fali materii odbitej i przechodzącej przez próg oraz znaleźć współczynniki odbicia i przejścia. Energia kinetyczna padającego elektronu wynosi $K=V_0$.

Zadanie 2
Znaleźć wartości energii i degenerację trzech najniższych stanów energetycznych dla trójwymiarowego oscylatora harmonicznego o energii potencjalnej (hΩ = 4 eV):

$$V(x,y,z) = \tfrac{1}{2}m\Omega^2x^2 + \tfrac{1}{8}m\Omega^2y^2 + \tfrac{1}{8}m\Omega^2z^2 .$$

Zadanie 3

Ile wynosi długość fali linii serii Lymana (n=1) dla atomu wodoru, dla której fotony mają najmniejszą energię? Ile wynosi długość fali linii odpowiadającej granicy serii Lymana?

Zadanie 4
Rozważmy stan cząstki o masie m uwięzionej w jednowymiarowej, nieskończonej studni potencjału o szerokości a: $V(x)=\begin{cases} 0, & |x|\le \frac{a}{2} \\ \infty, & |x|> \frac{a}{2} \end{cases}$, opisywany funkcją falową:

$$\phi(x)=\frac{i}{2}\sqrt{\frac{2}{a}}\cdot\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)+\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{a}}\cdot\sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right).$$

Policzyć średnią wartość energii w rozpatrywanym stanie, jeśli $E_n = \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}n^2$.

Wskazówka: Funkcje własne operatora Hamiltona dla tego potencjału mają postać:

$$\psi_n(x)=\begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}}\cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) & dla \quad n \quad nieparzystych \\ \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) & dla \quad n \quad parzystych \end{cases} \quad \text{dla } |x|\le\frac{a}{2} \text{ i } \psi_n(x)=0 \text{ dla } |x|>\frac{a}{2}.$$

Zadanie 5
Znajdź wartość oczekiwaną operatora pędu (w jednym wymiarze) w stanie, opisywanym funkcją falową:

$$\Psi(x) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}a}} \exp(-\frac{x^2}{2a^2} + iqx)$$

Jeśli wiemy, że wartość oczekiwana energii kinetycznej w tym stanie wynosi $h^2(1+2q^2a^2)/4ma^2$, to jaka jest nieoznaczoność pędu w tym stanie ?

Zadanie 6
Wyznacz długość fali de Broglie'a elektronu poruszającego się z prędkością $v = 0{,}8c$. Wynik należy wyrazić w jednostce równej komptonowskiej długości fali elektronu: $\lambda_C = h/m_e c$.

Zadanie 7
Znaleźć wartość oczekiwaną operatora rzutu orbitalnego momentu pędu na oś z (L_z) w stanie kwantowym opisywanym unormowaną funkcją falową:

$$\psi(r,\vartheta,\varphi) = \frac{1}{8\sqrt{\pi}}\left[2 + 3\sqrt{2}\sin\vartheta e^{i\varphi}\right] f(r).$$

Zadanie 8
Neutron o energii kinetycznej E_k = 5eV zderza się ze spoczywającym, niewzbudzonym atomem wodoru (atom wodoru nie porusza się i jego elektron jest na powłoce n=1). Wyjaśnij, dlaczego takie zderzenie musi być sprężyste.
Wskazówka. Zastanów się, czy atom wodoru może być wzbudzony w tym zderzeniu.