

1. Napisać równanie okręgu, który przechodzi przez punkty:  $P(9, 3)$ ,  $P(-3, 3)$ ,  $P(11, 1)$ .
2. Napisać równanie hiperboli, która przechodzi przez  $P(11, 2 - 3\sqrt{3})$  i ma asymptoty  $y = \frac{3}{5}x + 1$  i  $y = -\frac{3}{5}x + 3$ .
3. Sprowadzić do postaci kanonicznej i naszkicować krzywą daną równaniem:
  - (a)  $16x^2 + 25y^2 - 32x + 50y - 359 = 0$ ,
  - (b)  $x^2 - y^2 - 6x + 10 = 0$ .
4. Podać transformację współrzędnych sprowadzającą do osi głównych, napisać równanie kanoniczne i naszkicować krzywą:
  - (a)  $x^2 + 2xy + y^2 - 8x + 4 = 0$ .
  - (b)  $5x^2 + 4xy + 8y^2 + 8x + 14y + 5 = 0$ .
  - (c)  $4x^2 + 24xy + 11y^2 - 20 = 0$ .
  - (d)  $6xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0$ .
5. Sprowadzić do postaci kanonicznej i określić typ powierzchni (naszkicować):
  - (a)  $9x^2 - 16y^2 + 144z^2 + 96y - 576z + 144 = 0$ ,
  - (b)  $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2z - 2 = 0$ ,
  - (c)  $x^2 + 3y^2 - z^2 + 2z = 0$ ,
  - (d)  $x^2 + y^2 + 3z^2 - 6x - 4y - 6z + 16 = 0$ .
6. Jaką powierzchnię zatoczy prosta

$$\begin{cases} x = 8z + 15 \\ y = 3z - 40 \end{cases}$$

w wyniku obrotu o kąt pełny wokół osi  $z$ ? Podać równanie tej powierzchni i naszkicować ją.

7. Stożek o równaniu

$$x^2 + y^2 - z^2 = 0$$

obrócono o kąt  $\phi$  wokół osi  $x$  (obrót zgodnie z konwencją śruby prawoskrętnej) i przesunięto o wektor jednostkowy wzdłuż osi  $y$ . Podać równanie tego stożka. Podać równanie przecięcia stożka płaszczyzną  $y = 0$ . Przedyskutować wynik w zależności od kąta  $\phi$ .

8. Znaleźć równanie przecięcia paraboloidy hiperbolicznej

$$\frac{x^2}{5} - \frac{(y-6)^2}{4} - 6z = 0$$

z płaszczyzną  $y = 0$ .