1. Obliczyć całki nieoznaczone funkcji elementarych

   (a) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x,$

   (b) $\displaystyle\int \frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x,$

   (c) $\displaystyle\int a^x\,\mathrm{d}x.$

2. Obliczyć całki nieoznaczone poprzez zamianę zmiennych

   (a) $\displaystyle\int \mathrm{tg} x\,\mathrm{d}x,$

   (b) $\displaystyle\int \frac{1}{1-x^2}\,\mathrm{d}x,$

   (c) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x,$

   (d) $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{(1+x)\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x,$

   (e) $\displaystyle\int \frac{x}{3-2x^2}\,\mathrm{d}x,$

   (f) $\displaystyle\int \frac{1}{\cosh x}\,\mathrm{d}x.$

3. Obliczyć całki nieoznaczone metodą całkowania przez części

   (a) $\displaystyle\int \ln^n x\,\mathrm{d}x,$

   (b) $\displaystyle\int (x^2-1)\cos x\,\mathrm{d}x,$

   (c) $\displaystyle\int \mathrm{e}^{ax}\cos(bx)\,\mathrm{d}x,$

   (d) $\displaystyle\int \mathrm{e}^{ax}\sin(bx)\,\mathrm{d}x,$

   (e) $\displaystyle\int x\cos^2 x\,\mathrm{d}x,$

   (f) $\displaystyle\int x^2\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x,$

(g) $\displaystyle\int x^2 \sin(ax)\,\mathrm{d}x,$

(h) $\displaystyle\int \frac{\arcsin x}{x^2}\,\mathrm{d}x,$

(i) $\displaystyle\int \ln(x+\sqrt{1+x^2})\,\mathrm{d}x.$

4. Obliczyć całki funkcji wymiernych

(a) $\displaystyle\int \frac{6x+1}{3x^2-x+2}\,\mathrm{d}x,$

(b) $\displaystyle\int \frac{x+13}{x^2-4x-5}\,\mathrm{d}x,$

(c) $\displaystyle\int \frac{1}{6x^2-13x+6}\,\mathrm{d}x,$

(d) $\displaystyle\int \frac{1}{x^4+64}\,\mathrm{d}x,$

(e) $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{x^3+1},$

(f) $\displaystyle\int \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x}\,\mathrm{d}x.$

5. Obliczyć całki z funkcji niewymiernych

(a) $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)^3}},$

(b) $\displaystyle\int \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}}\frac{\mathrm{d}x}{(x-1)^3}.$

6. Obliczyć całki z funkcji niewymiernych stosując podstawienie Eulera

(a) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\,\mathrm{d}x,$

(b) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x^2-6x+15}}\,\mathrm{d}x,$

(c) $\displaystyle\int \sqrt{x^2-2x+10}\,\mathrm{d}x,$

(d) $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{(x^2+1)(x+\sqrt{x^2+1})}$.

7. Obliczyć całki oznaczone

   (a) $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{\mathrm{d}x}{1+2\sin^2 x}\,\mathrm{d}x$,

   (b) $\displaystyle\int_{-\pi/2}^{-\pi/4} \frac{\cos^3 x}{\sqrt[3]{\sin x}}\,\mathrm{d}x$.

8. W jakim stosunku parabola $y^2 = 2x$ dzieli pole koła $x^2 + y^2 = 8$?

9. Obliczyć pole figury ograniczonej krzywymi

$$y^2 + 8x = 16 \quad \text{oraz} \quad y^2 - 24x = 48.$$

10. Obliczyć objętość elipsoidy obrotowej.

11. Wyznaczyć objętość bryły otrzymanej w wyniku obrotu figury ograniczonej liniami $2y = x^2$ i $2x + 2y - 3 = 0$ wokół osi x.

12. Wyznaczyć długość odcinka łuku $y = \ln x$ od $x = \sqrt{3}$ do $x = \sqrt{8}$.