

Tematy egzaminacyjne, MATEMATYKA III

8 czerwca 2006

Algebra

1. Przestrzenie wektorowe: definicja, podprzestrzeń wektorowa, liniowa zależność wektorów, podprzestrzeń rozpięta przez zbiór wektorów, baza przestrzeni wektorowej.
2. Przestrzenie unitarne: iloczyn skalarny, norma wektora, kąt między wektorami, ortogonalność wektorów, liniowa niezależność zbioru wektorów ortogonalnych, baza ortonormalna, ortonormalizacja Schmidta.
3. Przestrzenie metryczne: miara, odległość między punktami, nierówność trójkąta, nierówności Schwartza.
4. Przekształcenia liniowe: reprezentacja macierzowa, jednoznaczność odwzorowań liniowych, homomorfizm, izomorfizm, przeciwobraz wektora.
5. Wymiar przestrzeni wektorowej, rząd macierzy, jądro przekształcenia liniowego, twierdzenie wiążące wymiar jądra, obrazu przestrzeni wektorowej.
6. Macierz przekształcenia liniowego: zmiana bazy, macierze podobne, przykład.
7. Macierze unitarne i hermitowskie: definicje, własności, przykłady.
8. Diagonalizacja macierzy: ogólne twierdzenie o diagonalizacji macierzy, analogia między macierzami i liczbami zespolonymi

Rachunek całkowy

9. Funkcja pierwotna a pochodna, całka a pole pod krzywą. Twierdzenie Newtona Leibniza
10. Własności całkowania, podstawowe zasady, całkowanie przez części i przez podstawienie.
11. Całkowanie funkcji wymiernych, ułamki proste, rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste.
12. Całkowanie funkcji $R(x, \sqrt[m]{\frac{ax+b}{cx+d}})$
13. Podstawienie Eulera
14. Całkowanie funkcji trygonometrycznych
15. Zastosowanie całek do liczenia długości krzywej, powierzchni i objętości.
16. Całki niewłaściwe: definicje, badanie zbieżności gdy znamy funkcję pierwotną kryteria porównawcze.
17. Całki niewłaściwe z funkcji dodatnich
18. Całki niewłaściwe: kryteria Dirichleta i Abela.
19. Całki niewłaściwe z funkcji nieograniczonych.

Funkcje wielu zmiennych

20. Funkcje wielu zmiennych: definicja, dziedzina.
21. Granice funkcji wielu zmiennych: podwójne i iterowane
22. Ciągłość funkcji wielu zmiennych.
23. Pochodne cząstkowe: związek z ciągłością funkcji, pochodne mieszane.
24. Różniczkowalność funkcji wielu zmiennych, różniczka zupełna
25. Wektor gradientu.
26. Badanie funkcji wielu zmiennych.
27. Pochodne kierunkowe.
28. Funkcje wielu zmiennych: ekstrema lokalne i globalne.
29. Odwzorowanie przestrzeni wektorowych - pochodna.
30. Funkcje wielu zmiennych: pochodna wzdłuż krzywej, poziomicą funkcji.