

## Zad. domowe nr 6: 20.04.

### Harmoniki sferyczne, atom wodoru

#### 1. Zadanie obowiązkowe

Na podstawie informacji z wykładu, ćwiczeń lub wikipedii wypisać ‘pierwszych’ pięć funkcji falowych atomu wodoru *explicitie* (jedną jedyną dla  $n = 1$  oraz wszystkie cztery dla  $n = 2$ ) i podać ich energie w eV (elektronowoltach). Objasnić, która część tych funkcji to harmonika sferyczna i zapisać  $l$  oraz  $m$  tej harmoniki. Sprawdzić bezpośrednim rachunkiem, że funkcja falowa dla stanu  $1s$  oraz  $2s$  jest unormowana. Wybrać dowolne dwie różne funkcje falowe spośród ww. pięciu i pokazać, że są one ortogonalne.

*Wskazówka:* pamiętaj o używaniu współrzędnych sferycznych i o odpowiednim całkowaniu używając tych współrzędnych.

#### 2. Zadanie obowiązkowe

Elektron w atomie wodoru znajduje się w stanie opisanym funkcją falową  $\psi(r, \theta, \phi) = Ae^{-r/2a_0}$  ( $a \neq a_0$ , gdzie  $a_0$  to promień Bohra). Oblicz stałą normalizacyjną  $A$ , średnie  $\langle r \rangle$ ,  $\langle r^2 \rangle$  oraz wyznacz prawdopodobieństwo tego, że przy pomiarze otrzymamy, iż elektron znajduje się w stanie:

- $1s$  (tj. opisanym funkcją falową  $|\phi_{1s}\rangle$ , cf. powyżej),
- $2s$  (tj. opisanym funkcją falową  $|\phi_{2s}\rangle$ , cf. powyżej).

*Wskazówki:* (i) pamiętaj o używaniu współrzędnych sferycznych i o odpowiednim całkowaniu używając tych współrzędnych; (ii) aby wyliczyć prawdopodobieństwa przebywania elektronu w danym stanie  $1s$  oraz  $2s$  należy obliczyć  $|\langle \psi | \phi_{1s} \rangle|^2$  oraz  $|\langle \psi | \phi_{2s} \rangle|^2$ .

#### 3. Zadanie nieobowiązkowe, dla chetnych, podnoszące ilość punktów otrzymanych z jednego z powyższych zadań (tj. tego, które zbiorę) od 0% do 30% (w zależności od jakości wykonania tego zadania)

Narysować moduły kwadratów pierwszych czterech funkcji falowych atomu wodoru. Ewentualnie narysować też moduły kwadratów odpowiadających im harmonik sferycznych.