

Zadania na ćwiczenia Seria 7

1. Wyprowadź metodami geometrycznymi wyrażenie na element objętości we współrzędnych sferycznych $dV = r^2 \sin\theta dr d\varphi d\theta$. Użyj współrzędnych sferycznych do obliczenia grawitacyjnej energii potencjalnej w odległości a od środka kuli: $E_p = E_p(a)$, $a > R$, pochodzącej od jednorodnej kuli o promieniu R i masie M . Pokaż, że grawitacyjna energia potencjalna od kuli o masie M jest taka jak od masy punktowej umieszczonej w jej środku.
2. Oblicz moment bezwładności jednorodnej kuli o masie M i promieniu R .
3. Rozwiąż równanie ruchu pociągu o masie $2m$ z lokomotywą posiadającą dwa koła napędowe o promieniu r i momencie bezwładności I . Przyjmij, że wypadkowa wszystkich sił oporu działających na układ wynosi $2R$ i może być zaczepiona po R w środku każdego z kół napędowych lokomotywy. Stały moment obrotowy koła napędowego lokomotywy wynosi $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{P}$, gdzie P jest stałą siłą działającą na obwodzie koła. Współczynnik tarcia koła napędowego o szynę wynosi μ .
4. Na obracającym się bez tarcia bloczku o promieniu $R=0.5$ m zamocowanym do sufitu zawieszono punktowe masy $m_1=3$ kg i $m_2=1$ kg połączone nieważką i nierozciągliwą linką, która nie ślizga się po bloczku. Zmierzone, że masy, znajdujące się początkowo na tym samym poziomie, po czasie $T=2$ s znalazły się na poziomach różnych o $H=16$ m. Wyznacz moment bezwładności bloczka I .
5. Na gładkiej poziomej powierzchni leży jednorodny pręt o długości L i masie M , w który uderza kulka o masie m . Kulka porusza się z prędkością v w kierunku prostopadłym do pręta i uderza w punkt odległy od środka pręta o b . Znaleźć ruch kulki i pręta po zderzeniu.
6. Wagon kolejowy porusza się ze wschodu na zachód wzdłuż równoleżnika po prostoliniowym torze położonym na szerokości geograficznej $\phi=52^\circ$. W wagonie zawieszono wahadło matematyczne (masa m na nieważkiej nierozciągliwej nici o długości l), które wykonuje małe drgania wokół położenia równowagi w płaszczyźnie wschód-zachód. Nici wahadła w położeniu równowagi w poruszającym się wagonie jest odchylona od pionu (tj kierunku g na tej szerokości geograficznej) o kąt $\alpha=6''$.
 - a. Jaki jest kierunek pionu w nieruchomym wagonie?
 - b. W jakim kierunku odchylona jest płaszczyzna wahań w ruchomym wagonie?
 - c. Jaka jest prędkość wagonu?