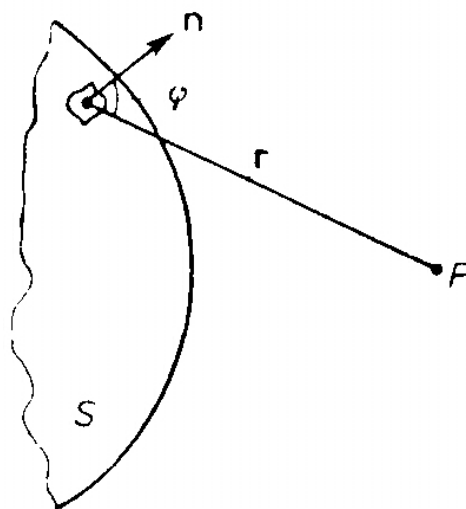


Dyfrakcja Fresnela



Z zasady Huygensa-Fresnela:

$$dE = k(\varphi) \frac{a_0 dS}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0)$$

$$k(\varphi) = \cos^2 \frac{\varphi}{2}$$

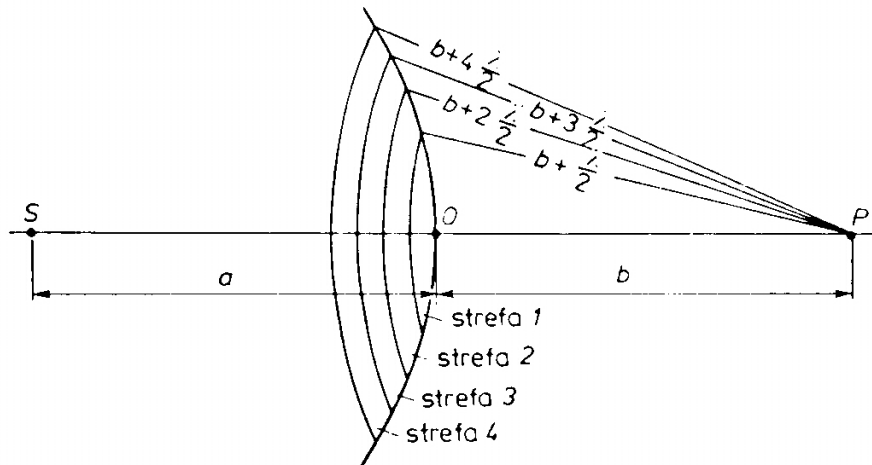
Dla $\varphi = 0$ - maksimum

Dla $\varphi = 90^\circ$ - amplituda = $1/2$, natężenie = $1/4$

$$E_p = \int_S k(\varphi) \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS$$

Strefy Fresnela:

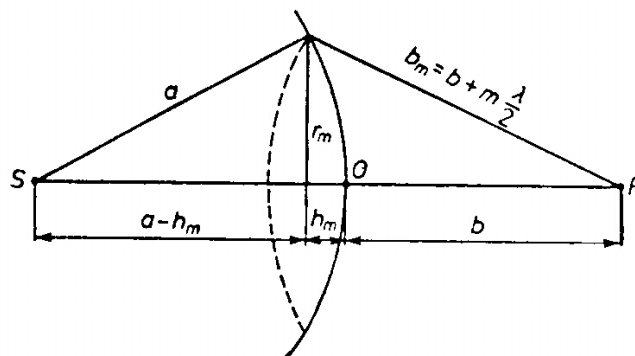
Niech z punktu S w jednorodnym, izotropowym ośrodku rozchodzi się fala kulista.



Dzielimy powierzchnię falową na strefy: $b_m = b + m \frac{\lambda}{2}$

Drgania od odpowiednich punktów sąsiednich stref są w przeciwfazie.

Pole m -tej strefy $\Delta S_m = S_m - S_{m-1}$



$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2$$

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2 = bm\lambda + m^2\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 - 2bh_m - h_m^2$$

$$h_m = \frac{bm\lambda + m^2(\lambda/2)^2}{2(a+b)}$$

$$h_m \cong \frac{bm\lambda}{2(a+b)} \quad \text{dla niezbyt dużych } m.$$

Pole czaszy: $S = 2\pi Rh$

$$S_m = 2\pi ah_m = \frac{\pi ab}{a+b} m\lambda$$

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi \lambda ab}{a+b}$$

$$\Delta S_m \neq f(m) \quad (\text{dla małych } m)$$

$$r_m^2 \cong 2ah_m \quad h_m \ll a \text{ i dla małych } m$$

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}$$

Niech $a = b = 1 \text{ m}$, $\lambda = 0,5 \mu\text{m} \Rightarrow r_1 = 0,5 \text{ mm}$

Pola stref ~ jednakowe, b_m rośnie z m , φ rośnie z $m \rightarrow$

$$A_1 > A_2 > A_3 \dots$$

Dla P :

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

ze względu na fazę.

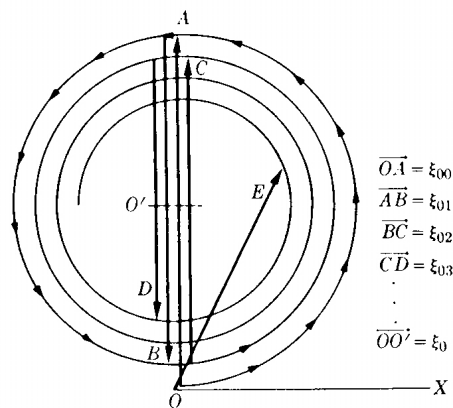
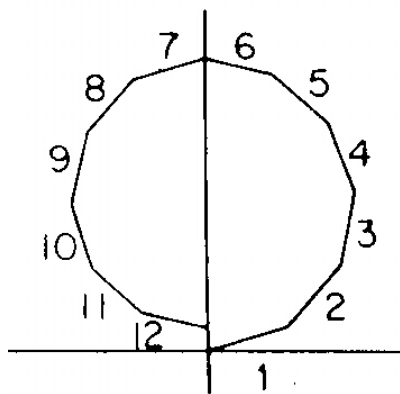
$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots$$

$$A_m \cong \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

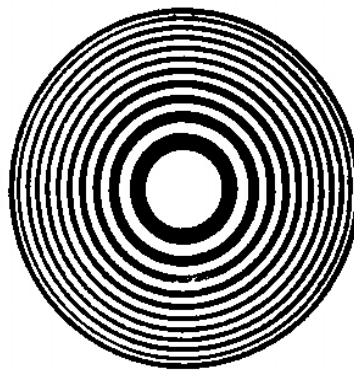
$$\underline{A = \frac{A_1}{2}} \leftarrow \text{połowa amplitudy od strefy środkowej}$$

$\Rightarrow$ z przysłoną (tylko środkowa) więcej niż bez!

Wykres wektorowy:

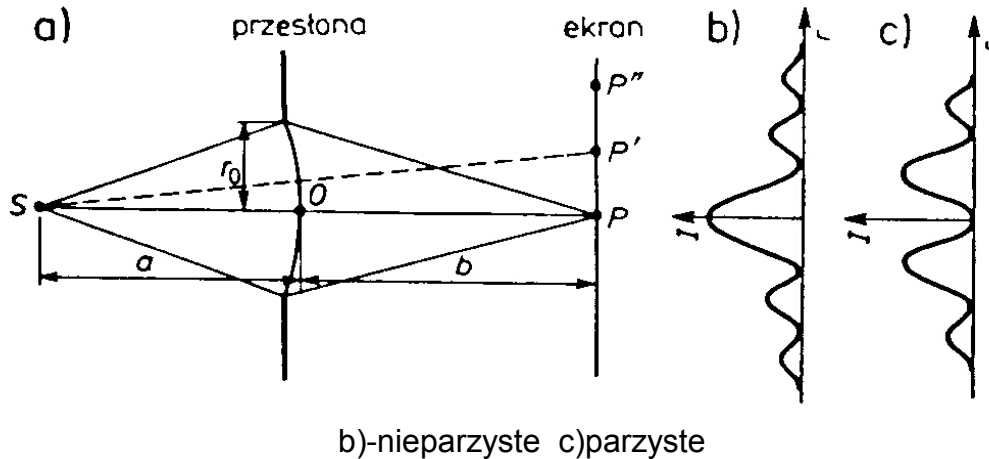


Płytką strefowa amplitudowa:



Płytką strefowa fazowa.

Okragły otwór:



Niech:
$$\begin{cases} r_0 \ll a, b \\ r_0 = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda} \Rightarrow \text{liczba odsłoniętych stref} \end{cases}$$

Fresnela dla P :
$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m \quad (+ \text{ dla } m \text{ nieparzystych})$$

$$(- \text{ dla } m \text{ parzystych})$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2} \quad (m \text{ nieparzyste})$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m \quad (m \text{ parzyste})$$

$$A_{m-1} \cong A_m \Rightarrow \frac{A_{m-1}}{2} - A_m \cong -\frac{A_m}{2} \quad (m \text{ małe})$$

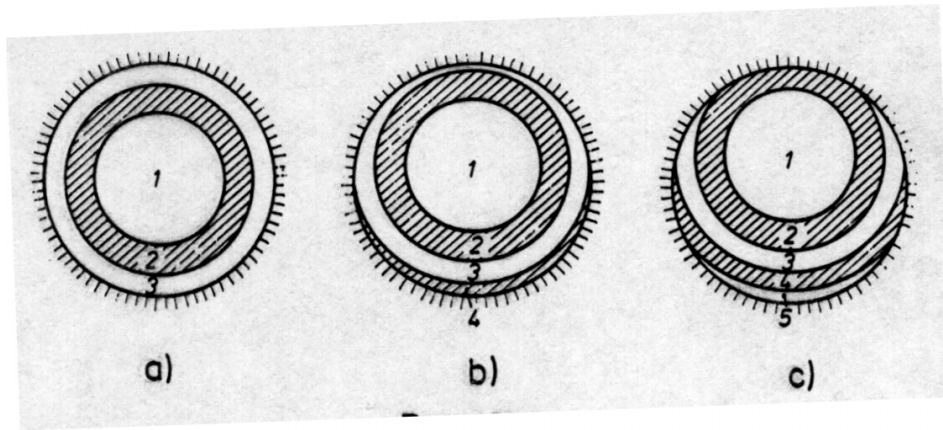
$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2} \quad (-) \text{ parzyste, } (+) \text{ nieparzyste}$$

Dla małych m $A_m \cong A_1$

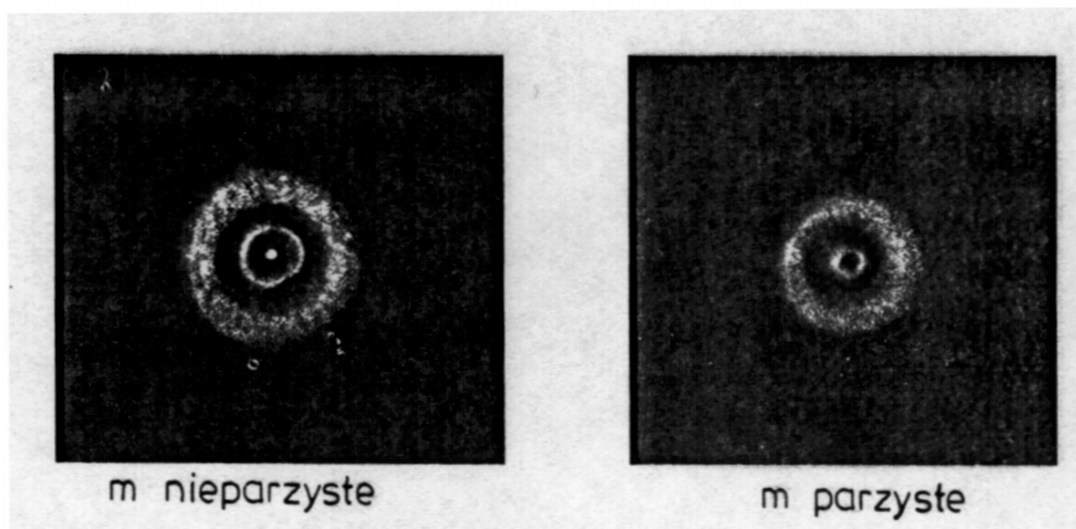
$$\left. \begin{array}{ll} (- \text{ parzyste } m) & \rightarrow A(P) \cong A_1 \\ (+ \text{ nieparzyste } m) & \rightarrow A(P) \cong 0 \end{array} \right\}$$

m można zmieniać zmieniając b !

Poza osią (P' , P''):



Obraz: prążki ciemne i jasne, w środku plamka ciemna/jasna.



Krażek:

Niech krażek zasłania m stref.

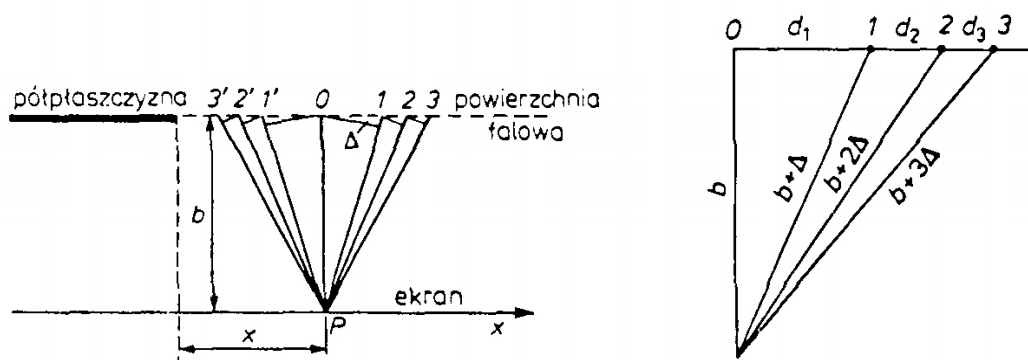
$$\begin{aligned}
 A &= A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} \dots = \\
 &= \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots \\
 A &\cong \frac{A_{m+1}}{2}
 \end{aligned}$$

Jeśli m małe, $A_{m+1} \cong A_1$ - natężenie w P jak bez krażka.

Przy przesunięciu do P' - krażek zasłania część ($m=1$) strefy, odsłania część (m) strefy - spadek natężenia.

W środku jasna plamka.

Mały krażek - jak bez przeszkody, duży - prążki na granicy cienia, nie ma plamki.

Krawędź półpłaszczyzny:

Jakie są pola powierzchni stref „paskowych”?

Suma szerokości pierwszych m stref:

$$d_1 + d_2 + \dots + d_m = \sqrt{(b + m\Delta)^2 - b^2} = \sqrt{2bm\Delta + m^2\Delta^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \ll b \\ m \text{ małe} \end{array} \right\} \Rightarrow d_1 + \dots + d_m = \sqrt{2bm\Delta}$$

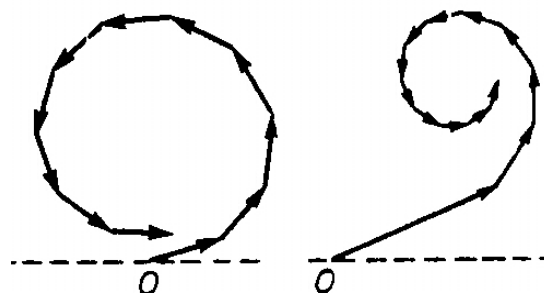
$$\text{Dla } m=1 \quad d_1 = \sqrt{2b\Delta}$$

$$d_1 + \dots + d_m = d_1 \sqrt{m}$$

$$d_m = d_1 (\sqrt{m} - \sqrt{m-1})$$

$$d_1 : d_2 : d_3 : d_4 = 1 : 0,41 : 0,32 : 0,27$$

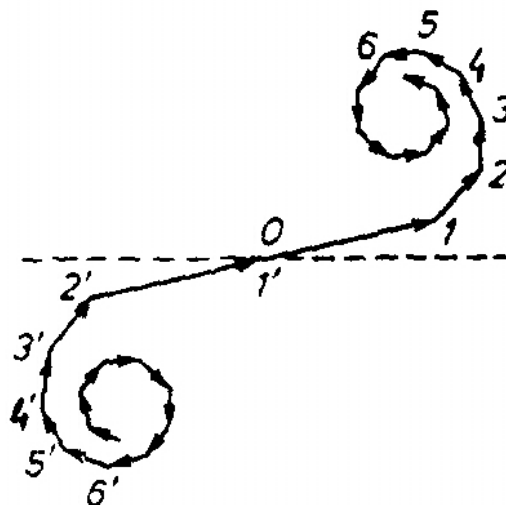
Dla stref liniowych – duże zmiany amplitudy.



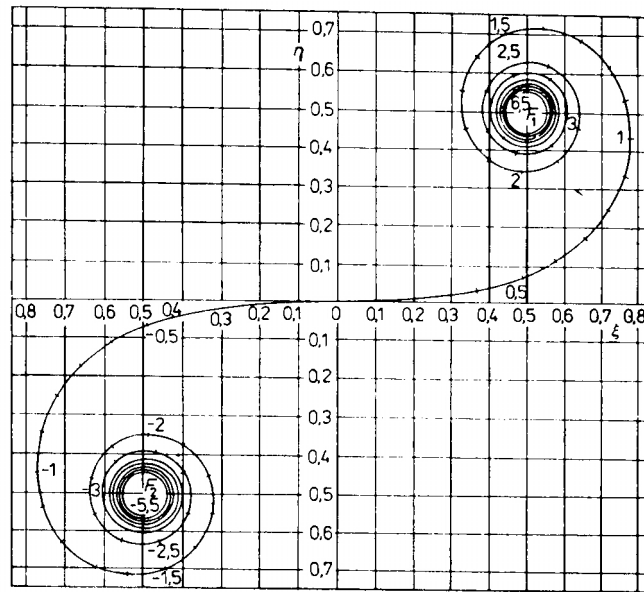
strefy pierścieniowe strefy liniowe

(na prawo od punktu P)

Jeśli uwzględnić strefy m , m' symetryczne względem 0:



Dla stref o szerokości $\rightarrow$ zera – spiralą Cornu



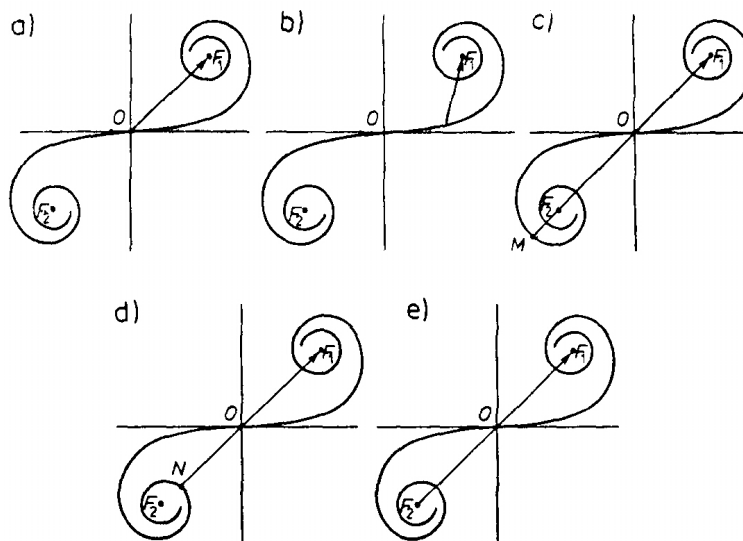
$$x = \int_0^r \cos \frac{\pi u^2}{2} du; \quad y = \int_0^r \sin \frac{\pi u^2}{2} du \quad \text{— całki Fresnela}$$

Krawędź:

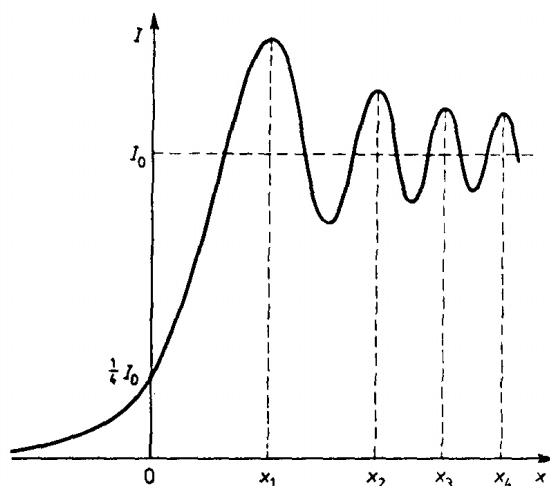
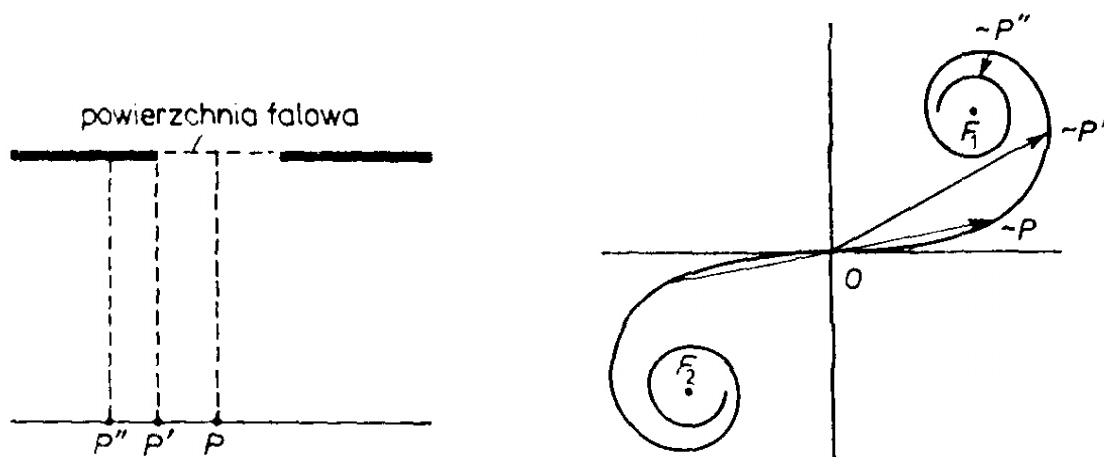
a) dla punktu P ($a/2$; $I \sim I_0/4$)

b) dla P przesuującego się w kierunku cienia

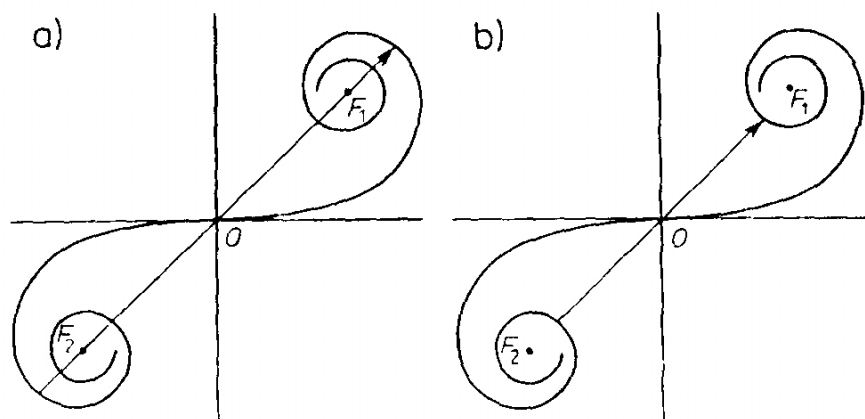
c), d), e) dla P przesuującego się od cienia (a ; I_0)



„Drgania i fale” III rok Fizyki BC

Szczelina nieskończona:

Punkt P – zmiany szerokości szczeliny:

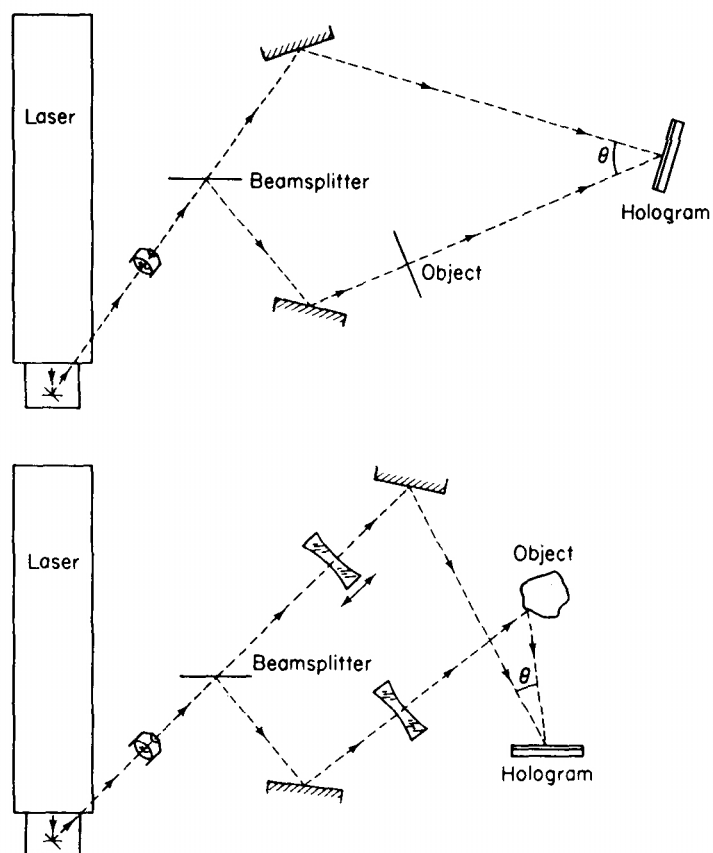


Prążek główny: jasny

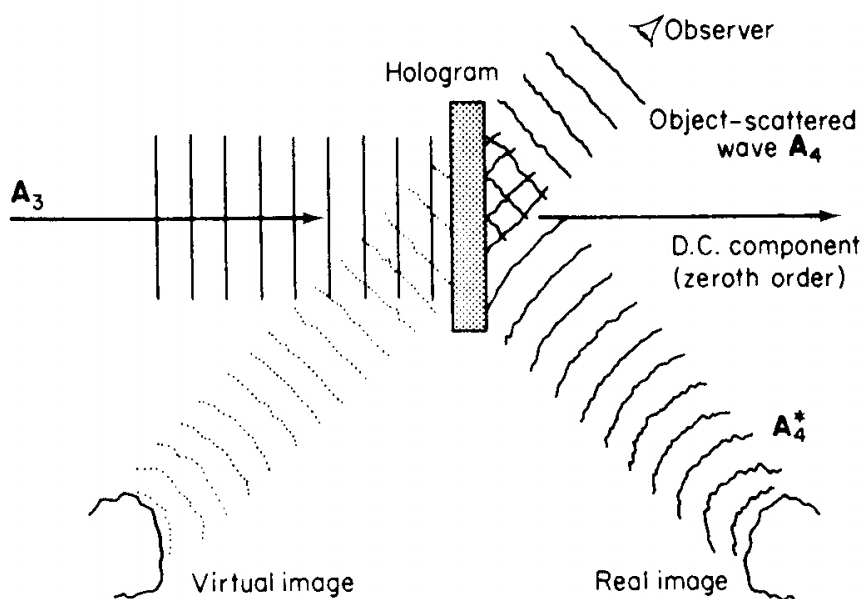
ciemny

Holografia:

Wykonanie hologramu



Odtwarzanie hologramu:



Hologram Bentona (tęczowy):

